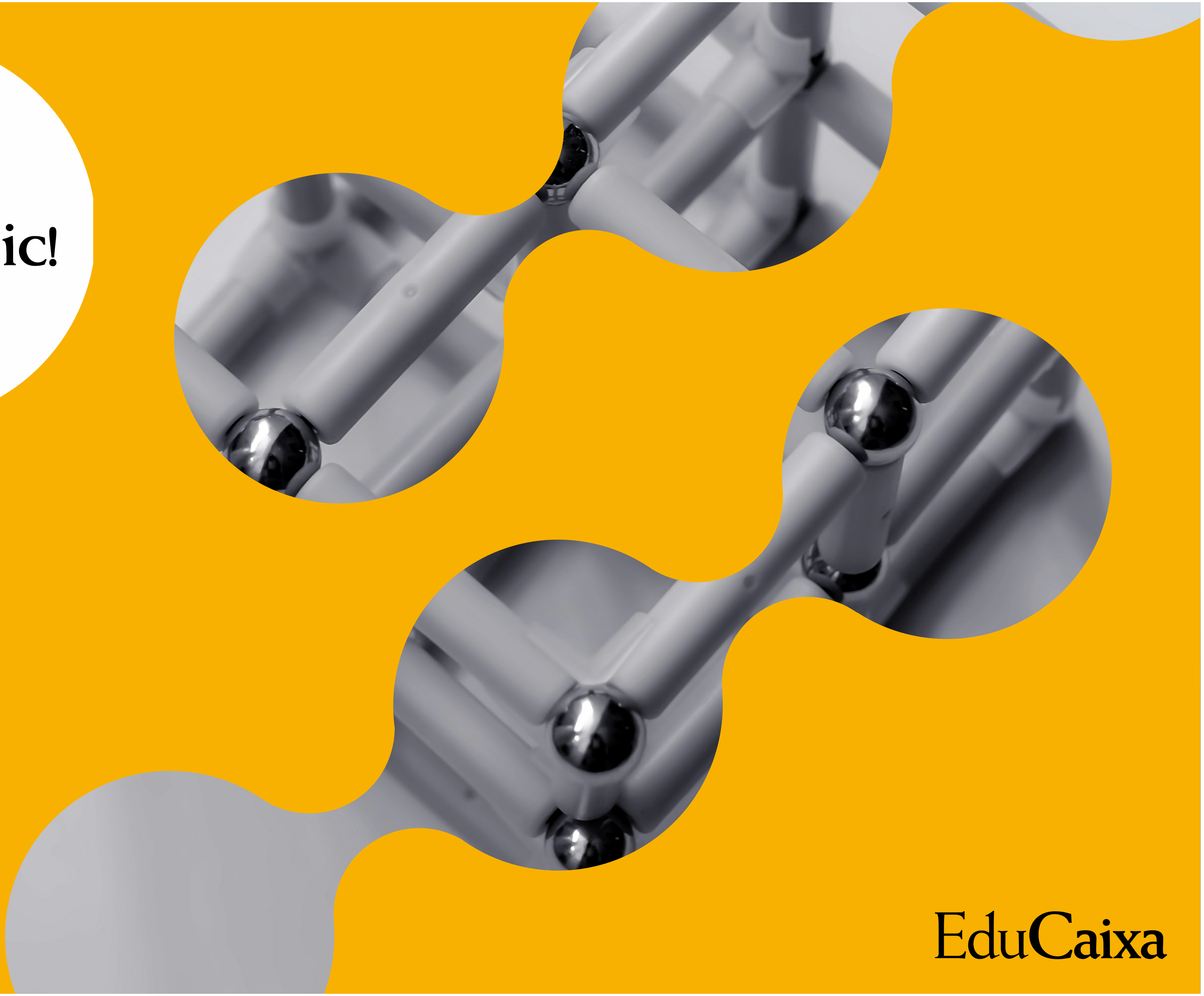
Fundación "la Caixa"

HelloLogic!



EduCaixa

FICHA 3

Contamos cuadrados

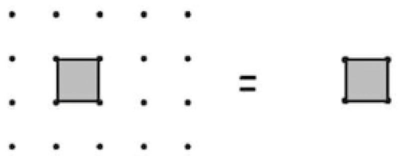
Nivel: **Primaria / Secundaria**

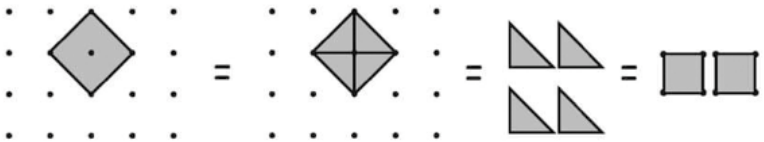
TAREA:

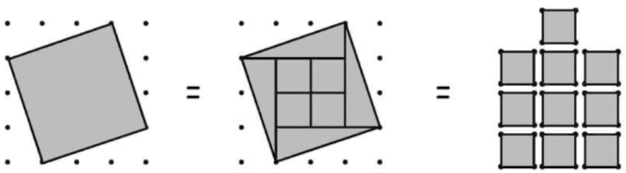
Contamos cuadrados

ENUNCIADO:

Observa las pistas siguientes. Te ayudarán con las preguntas de más adelante:

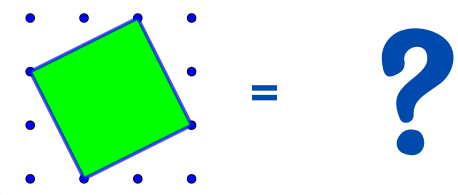






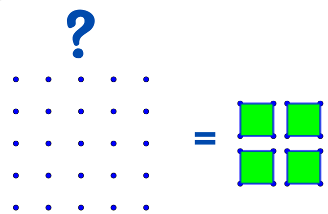
PREGUNTAS:

1.
¿Cuántos cuadrados pequeños (de lado 1 unidad) se pueden formar a partir del cuadrado siguiente?

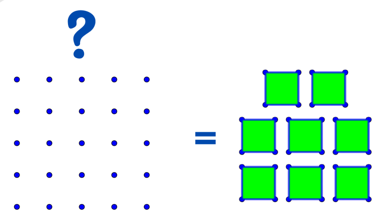


2.
Observando el número de cuadrados pequeños (de lado 1 unidad), ¿sabrías encontrar los cuadrados grandes a partir de los cuales se han obtenido los pequeños?

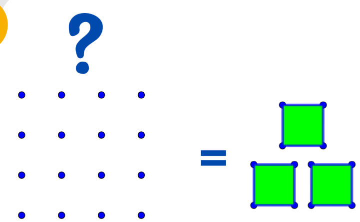
A



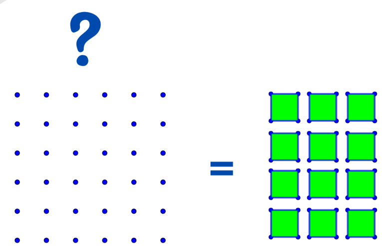
B



C



D

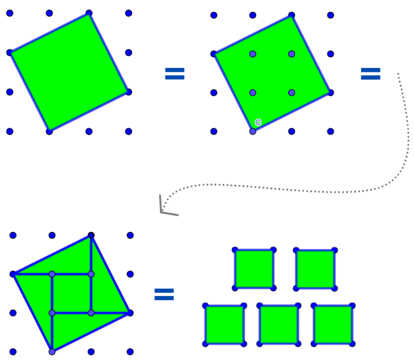


EduCaixa

TAREA:
Contamos cuadrados

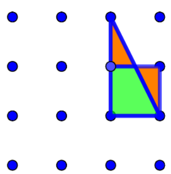
SOLUCIÓN:

1ª PREGUNTA:



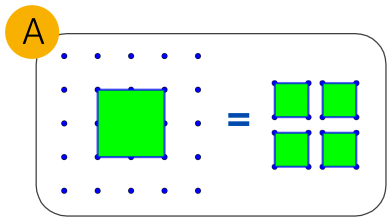
Se observa que se pueden formar cuatro triángulos y un cuadrado.

Con un triángulo se puede formar un cuadrado:

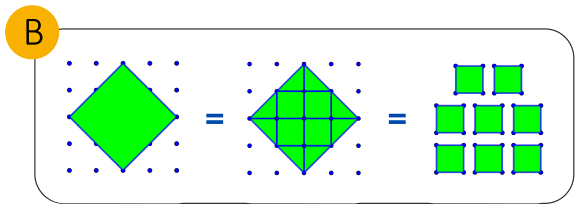


Por lo tanto, hay un total de cinco cuadrados.

2ª PREGUNTA:

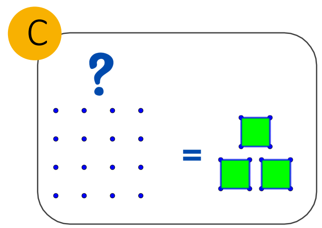


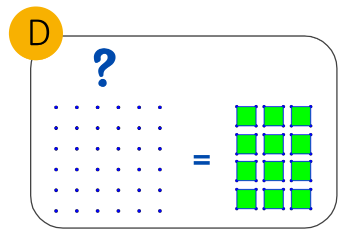
Con cuatro cuadrados se puede formar un cuadrado de lado 2 unidades.



Ahora hay ocho cuadrados, que se tienen que juntar para formar uno más grande.

Por lo tanto, estamos buscando un cuadrado que tiene por superficie 8 u^2.

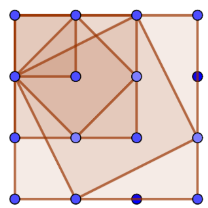




Si se buscan todos los cuadrados que se pueden formar en cada una de las tramas cuadradas dadas, vemos que ninguna encaja con el número de cuadrados que nos propone el enunciado.

Por ejemplo, en el caso de la trama 4 × 4, los cuadrados horizontales posibles tienen superficie 1, 4 y 9, y los cuadrados inclinados tienen superficie 2 y 5.

Por lo tanto, no hay ninguna posibilidad de que dé 3.



EduCaixa

PISTAS Y ESTÍMULOS

PARA INICIAR EL PROBLEMA

- Explica con tus palabras qué se muestra en cada uno de los ejemplos.
- Observa los ejemplos con atención: ¿cuál puede servirte de modelo para empezar el primer reto?
- Coge papel y lápiz, o un geoplano (físico o virtual), para poder hacer pruebas.
- Crea una batería de preguntas para hacerlas conforme van avanzando:
  - / ¿En qué figuras se divide el cuadrado original?
  - / ¿Cómo son los triángulos?
  - / ¿Y cuánto vale el área de estos triángulos rectángulos?

PARA DESBLOQUEAR

- Puede ser de ayuda trabajar con papel y tijeras para visualizar mejor las descomposiciones.
- El trabajo sobre hojas de trama cuadrada o con geoplanos puede resultar útil.
- Para la segunda pregunta, puede ir bien plantearse en qué casos es posible dibujar el cuadrado de forma horizontal (no inclinado),
- Para el segundo reto de la segunda pregunta, puede ir bien utilizar cuadrados de papel (tipo bloc de notas) a fin de hacer pruebas, plegarlos, recortarlos...
- Para el tercer reto de la segunda pregunta, puede resultar interesante plantearse qué cuadrados se pueden formar con la trama cuadrada dada en el enunciado.

PARA IR MÁS ALLÁ

- ¿Hay un único camino para encontrar la respuesta?
- ¿Hay una única composición de figura con las unidades cuadradas dadas?
- ¿Qué cuadrados inclinados diferentes puedes dibujar en una cuadrícula 3 × 3? ¿Y con una 4 × 4? ¿Y con una 5 × 5? ¿Cómo sabes que los has encontrado todos? ¿Qué cambios pueden observarse cuando aumentas la medida de la cuadrícula?
- Hay dos maneras muy diferentes de dibujar un cuadrado de área 25 u^2 en una cuadrícula: una horizontal y otra inclinada. ¿Cuál es el siguiente número que se puede representar como el área de un cuadrado de más de una manera?.
- ¿Por qué crees que la parrilla de puntos en todos los retos es de dimensión cuadrada? ¿Hay alguna relación con el cuadrado?
- ¿En qué retos no es necesaria la ayuda de triángulos rectángulos?
- ¿Relacionas estos retos con algún teorema?

  En el segundo reto, el alumnado de secundaria puede aplicar el teorema de Pitágoras a la hora de pensar cuál es el lado del cuadrado inclinado que tiene que construir: ¿se puede poner el número 8 como suma de dos números cuadrados? La respuesta es que sí: $8 = 2^2 + 2^2$. Por lo tanto, se tiene que buscar un cuadrado apoyado sobre un triángulo rectángulo de catetos 2. En el tercer y cuarto reto no es posible encontrar una solución, puesto que 3 y 12 (el número de cuadrados de lado 1 unidad) son números que ni son cuadrados ni se pueden poner como suma de dos números cuadrados.

PISTAS Y ESTÍMULOS

GESTIÓN DE AULA

Se pueden dar hojas de trama cuadrada o geoplanos a fin de que el alumnado experimente. También puede resultar útil, en el caso de la primera pregunta, el uso de tijeras para trabajar las descomposiciones del cuadrado; y, para la segunda pregunta, el uso de cuadrados de papel.

Hay que dejar tiempo para que el alumnado experimente, y se le debe invitar a dibujar posibles soluciones. En caso necesario, puede darse material que ayude a visualizar mejor los retos.

Para el alumnado que aún no conoce el teorema de Pitágoras y que deberá buscar todos los cuadrados posibles que se pueden formar con una trama cuadrada, es importante prestar atención para que el recuento se haga de manera sistemática, a fin de no dejarse ningún caso. La actividad también puede servir como descubrimiento del teorema, comparando el área del cuadrado inicial con el área de la cuadrícula.

En la primera pregunta puede haber alumnos que respondan «cuatro cuadrados», sin diferenciar el caso que se pide del caso en que el cuadrado está situado de forma horizontal. Si esto sucede, vale la pena que comparen los dos cuadrados (el que está en posición horizontal y el que está inclinado) y hacerles preguntas del tipo: «¿Qué diferencias hay entre los dos cuadrados?», «¿Cómo son los lados?», «¿Tú dices que son iguales: cómo puedes comprobarlo?»...
Algunos alumnos todavía creen que las figuras inclinadas son rombos y no cuadrados. Hay que aclarar que los cuatro lados tienen la misma longitud y que los ángulos interiores son de 90°. También puede ser necesario aclararle al alumnado que la separación entre dos puntos en diagonal no vale lo mismo que la separación de puntos en horizontal o vertical.

TAREA:

Contamos cuadrados

ANÁLISIS

¿QUÉ IDEAS MATEMÁTICAS SE UTILIZAN?

- Medición: área y perímetro.
- Propiedades de figuras geométricas.
- Descomposición de figuras geométricas.
- Teorema de Pitágoras.
- Pensamiento exhaustivo.
- Desarrollo de la visión espacial.

¿QUÉ DESTREZAS SOCIOEMOCIONALES SE PRACTICAN?

- La **confianza** en las propias posibilidades para progresar a partir de los intentos no conseguidos.
- La **persistencia** para seguir buscando las soluciones aunque no salgan de manera inmediata. Y para los casos en que no es posible encontrar una solución, la **persistencia** será necesaria para encontrar una buena justificación.
- La **creatividad** para la búsqueda de enfoques alternativos y diferentes si el enfoque inicial no conduce al resultado deseado.

¿QUÉ PROCESOS MATEMÁTICOS SE CONTRIBUYE A DESARROLLAR?

- **Razonamiento y prueba:** para los casos en que no es posible encontrar una solución, será necesario demostrarlo y justificarlo con argumentos matemáticos. Una posible vía sería la búsqueda de todos los cuadrados posibles que se pueden formar en una trama cuadrada determinada. Por lo tanto, esto supone desarrollar el pensamiento exhaustivo.
- **Conexiones:** el reto relaciona ideas sobre medición y propiedades de las figuras geométricas; y, en caso de que se utilice el teorema de Pitágoras, también se vincula con la numeración, ya que surge la necesidad de investigar si un número se puede poner como suma de dos números cuadrados.
- **Comunicación:** si se le pide que explique la solución, el alumnado deberá argumentar sus hallazgos de manera justificada, haciendo uso de un vocabulario adecuado.
- **Representación:** el reto pide representar de dos maneras diferentes figuras que tienen igual superficie.

ANÁLISIS

¿QUÉ HABILIDADES DE PENSAMIENTO COMPUTACIONAL SE TRABAJAN?

- Lógica: deben hacer diferentes descomposiciones y representaciones.
- Patrones: puede resultar interesante observar cómo son los cuadrados que se pueden formar, a medida que la trama se hace grande, y cuántos cuadrados hay.
- Algoritmos: si se decide que el alumnado tenga que explicar la solución, deberá describirla a través de pasos claros y secuenciados.
- Abstracción: para los casos sin solución si se opta por trabajar la descomposición de números como suma de dos números cuadrados.

¿QUÉ TÉCNICAS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS (TANTON) SE PONEN EN JUEGO?

- [ ] SUCCESSFUL FLAILING
- [x] **WISHFUL THINKING**
- [ ] MAKE IT SMALL
- [ ] PERSEVERANCE IS KEY
- [ ] AVOID HARD WORK
- [ ] DO SOMETHING
- [ ] THE POWER OF DRAWING
- [x] **ELIMINATE INCORRECT CHOICES**
- [ ] SECOND-GUESS THE AUTHOR
- [x] **GO TO THE XTREMES**

***Formato**: ficha, y póster.*

***Fuente**:* Tanton, J. (2015). *More Without Words: Mathematical Puzzles to Confound and Delight.* Tarquin.

EduCaixa

Créditos

PERSONAS QUE HAN TRABAJADO EN LA SELECCIÓN Y ANÁLISIS:

Anton Aubanell
Clàudia Casero
Raül Fernández
Carles Granell
Arnau Sánchez
Núria Serra

Fundación "la Caixa"