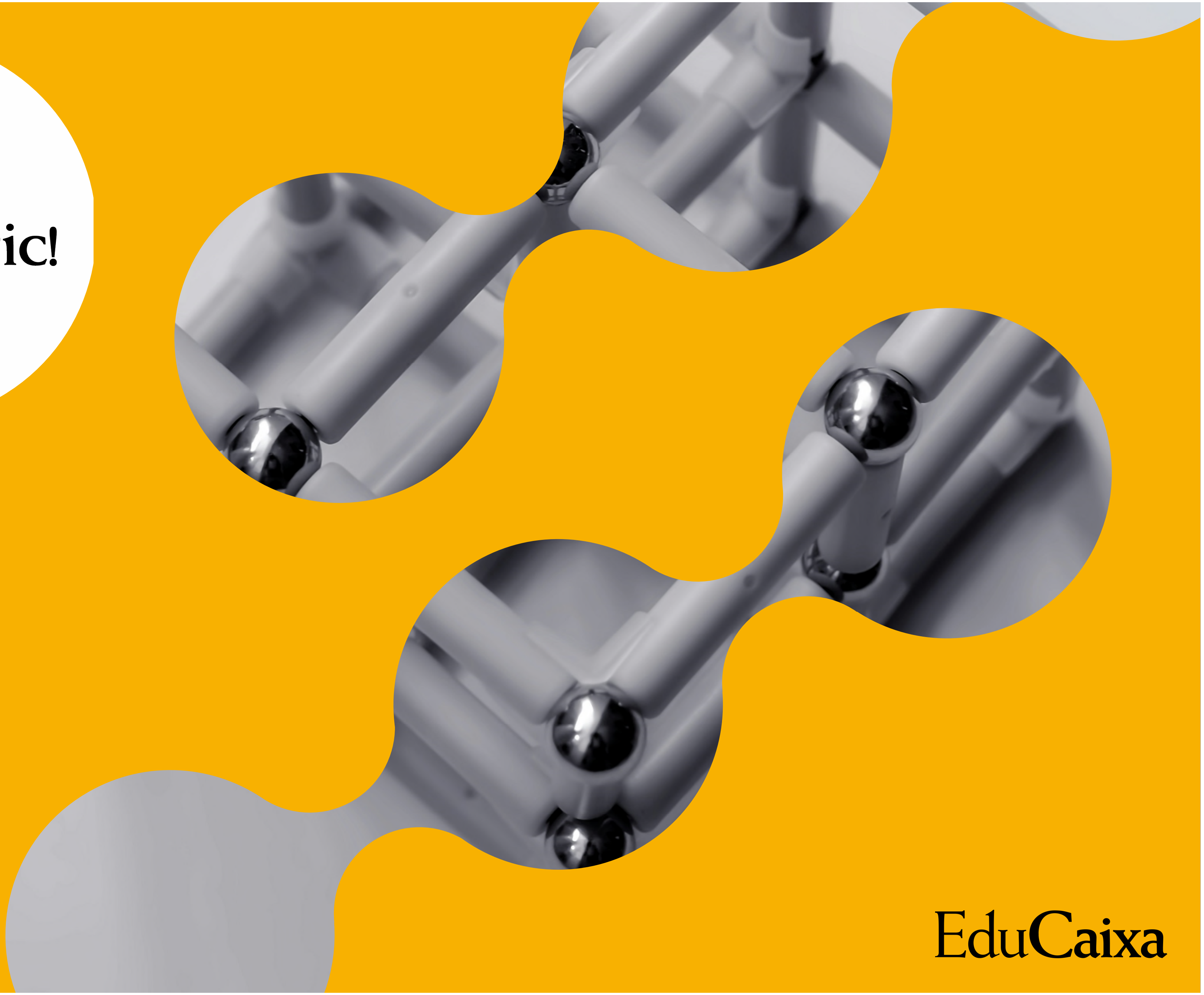
Fundació "la Caixa"

HelloLogic!



EduCaixa

Fundació "la Caixa"

HelloLogic!

FITXA 4

Ping-pong

Nivell: **Secundària**

EduCaixa

TASCA:

Ping-pong

ENUNCIAT:

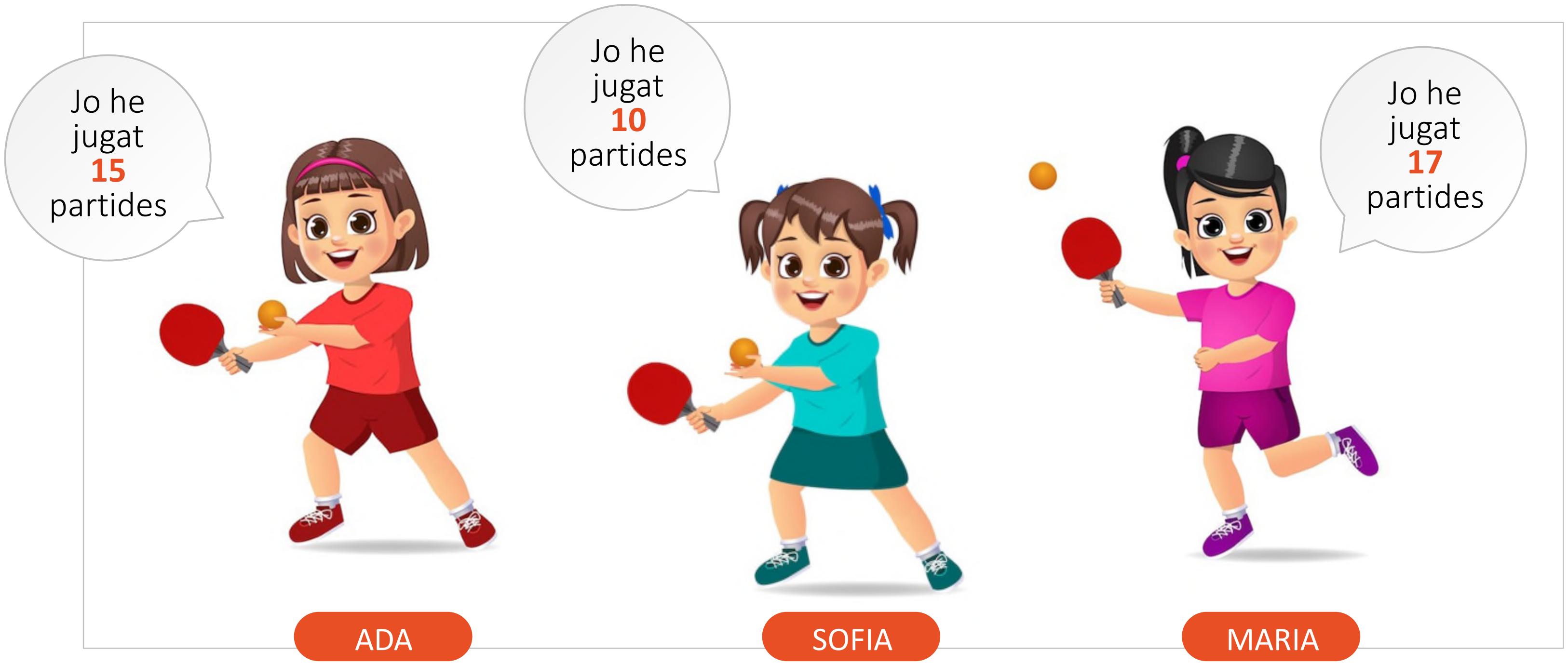
Tres amigues, l'Ada, la Sofia i la Maria, queden per jugar al ping-pong un dissabte a la tarda, tantes partides com sigui possible.

Juguen seguint aquestes normes: →

A la primera partida, juguen dues jugadores triades a l'atzar. La tercera observa.

A les posteriors, la que guanya juga contra la persona que estava observant i la que perd surt i passa a observar.

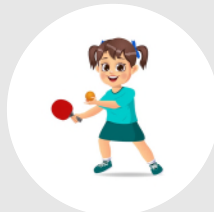
En acabar la tarda, les jugadores compten quantes partides ha jugat cadascuna. El resultat és el següent:



PREGUNTA:

Quina jugadora va perdre la segona partida?

ADA?



SOFIA?

MARIA?

EduCaixa

TASCA:

Ping-pong

SOLUCIÓ:

La **Sofia** va perdre la segona partida.

Vegem com diferents persones han pensat aquest repte de manera diferent.

La **Núria** va pensar:

1. Quin problema tan curiós. No se m'acut per què hauria de saber quina jugadora va perdre la segona partida!
2. Començaré mirant com és una situació concreta: quin podria ser el nombre mínim de partides que una jugadora podria jugar amb aquestes regles?
3. Hi ha 21 partides: 15+10+17=42; entre 2, 21. En el pitjor dels casos, és a dir, perdent totes les partides jugades, una jugadora juga 11 partides si comença jugant la primera, i 10 si comença jugant la segona.
4. No es poden jugar menys de 10 partides. I l'única manera de jugar-ne 10 és començar en la segona partida i perdre-les totes.
5. Com que la Sofia ha jugat 10 partides, és ella la que ha perdut la segona partida.

La **Marta** va pensar:

1. Quin problema tan curiós. No se m'acut per què hauria de saber quina jugadora va perdre la segona partida!
2. Sospito que pot ser la Sofia, ja que ha jugat només 10 partides i, per tant, ha degut perdre més partides que les seves companyes.
3. He de demostrar que no ha jugat la primera partida. I que ha jugat i ha perdut la segona.
4. Com que hi ha hagut 21 partides, veig que, si hagués jugat la primera, encara perdent-les totes hauria jugat 11 partides, segons les regles del joc. Aleshores, no ha jugat la primera.
5. Aleshores, ha jugat la segona.
6. Per demostrar que ha perdut, veig que, si hagués guanyat, encara perdent tota la resta de partides, hauria jugat 11 partides.

SOLUCIÓ

Vegem com diferents persones han pensat aquest repte de manera diferent :

L'**Antón** va pensar:

1. Quin problema tan curiós. No se m'acut per què hauria de saber quina jugadora va perdre la segona partida!
2. A veure si em dona una pista saber quantes partides ha jugat cada parell de jugadores.
3. Com que A (Ada) n'ha jugat 15; S (Sofia), 10; i M (Maria), 17, tenim que AM + AS = 15; SM + AS = 10; AM + SM = 17; i, per tant, AM = 11, SM = 6 i AS = 4. En total, 21 partides.
4. AM juguen 11, és a dir, totes les partides senars, de la qual cosa es dedueix que S juga i perd la segona partida.

L'**Arnau** va trobar la resposta al repte de forma similar a l'Anton, però amb alguna petita diferència. A més, no en va tenir prou i va seguir estirant el problema:

1. Quin problema tan curiós. No se m'acut per què hauria de saber quina jugadora va perdre la segona partida!
2. A veure si em dona una pista saber quantes partides ha jugat cada parell de jugadores.
3. A en juga 15, per tant, està 21 – 15 = 6 partides sense jugar. Aquestes 6 les juguen SM. S en juga 10, per tant, està 21 – 10 = 11 partides sense jugar. Aquestes 11 partides les juguen AM. M en juga 17, per tant, està 21 – 17 = 4 partides sense jugar. Aquestes 4 partides les juguen AS.
4. Com que la mateixa parella no pot jugar partides consecutives, l'Ada i la Maria han de començar jugant la primera partida per poder arribar a jugar les 11 partides del total de 21.
5. Les 10 partides de la Sofia es troben intercalades amb les d'AM i, per tant, la Sofia juga i perd la segona partida.
6. Ja he resolt el problema, però veig que, si tinc un nombre senar de partides, puc seguir donant-hi tombs.
7. La seqüència ens permet fer altres ternes de partides possibles amb un nombre senar de partides; suposem n + 1 (sent n parell):
   - La meitat més un (n/2 + 1) ha de ser per a AM; per tant, A i M porten n/2 + 1 partides.
   - L'altra meitat ha de ser per a la parella S*; això fa que S, segur, faci n/2 partides, i no més de n/2 partides.
   - Repartim com vulguem la companya de joc de la Sofia (*) entre l'Ada i la Maria (a les quals s'han de sumar les n/2 + 1 partides del primer punt).
8. Amb un exemple potser ho veiem més clar. Si hi ha 21 partides:
   - 11 per a AM; per tant, l'Ada i la Maria porten 11 partides.
   - 10 per a la parella S*; la Sofia, 10 partides.
   - Repartim a l'atzar les 10 a *; una opció és 3 per a l'Ada i 7 per a la Maria.
   - Això fa 10 per a la Sofia, 14 (11 + 3) per a l'Ada i 18 (11 + 7) per a la Maria.

PISTES I ESTÍMULS

PER INICIAR EL PROBLEMA

- Pots explicar la història que descriu el problema a algú altre?
- Quantes partides s'han jugat durant la tarda?
- Agafa paper i llapis, i fes un esquema de la situació.
- Feu una petita representació de la situació amb tres alumnes.

PER DESBLOQUEJAR

- Revisa de nou l'enunciat. Quina informació et pot ser útil?
- Quantes partides pot estar una jugadora sense jugar?
- Pot haver-hi alguna jugadora que hagi guanyat totes les partides jugades?
- Sabent tan sols la mecànica del joc i el fet que s'han jugat 21 partides, quin és el nombre mínim de partides que pot haver jugat cadascuna de les tres jugadores?
- Quantes partides ha jugat cada parella de jugadores?
- Utilitza altres números de partida (4 per a l'Ada, 2 per a la Sofia i 4 per a la Maria) i fes-ne alguna combinació possible.
- Prova-ho amb un sistema d'equacions.

PER ANAR MÉS ENLLÀ

- Pot ser, el nombre de partides, un nombre parell? En cas afirmatiu, com han de ser els nombres de partides jugades per les jugadores?
- Com canviaria el problema si el total de partides és un nombre parell?
- Si les jugadores han jugat un total de 14, 10 i 16 partides cadascuna, com canvia el problema?
- Inventa una seqüència de partides explicant qui juga, qui perd i qui guanya cada partida, mantenint el nombre de partides jugades que ens dona l'enunciat per a cadascuna de les jugadores. Aquesta seqüència és única? Quantes possibilitats hi ha?
- Inventa una seqüència de partides amb les mateixes normes i amb 4 jugadores.
- De l'enunciat, podem deduir-ne alguna cosa més?
- Amb les mateixes condicions de l'enunciat, programa el nombre de partides de 3 jugadores si hi ha un nombre senar de partides.

GESTIÓ D'AULA

En el treball a classe entorn del problema, es recomana:

- Una primera aproximació personal, per tal que l'alumne/a entri en el problema, se l faci seu i comenci a explorar-lo.
- Una fase de treball en grup per definir estratègies, modificar-les o canviar-les de ple, proposar i discutir possibles solucions, argumentar…
- Una posada en comú amb tota la classe.

El problema pot semblar inaccessible en un primer moment, ja que es pot considerar que no es pot respondre la pregunta que es fa amb les dades proporcionades inicialment. Cal donar temps perquè l'alumnat experimenti, i convidar-lo a fer esquemes amb diferents seqüències de resultats de les partides. Explorant diferents opcions, poden trobar estratègies de resolució per anar aproximant-se a la solució. El treball en grup pot fomentar l'anàlisi d'aquestes estratègies i generar converses interessants que portin a la solució.

Aquest pot ser un problema útil per treballar amb la metodologia *Thinking Classrooms*.

ANÀLISI

QUINES IDEES MATEMÀTIQUES S'UTILITZEN?

- Paritat, divisibilitat.
- Modelització i resolució de problemes contextualitzats.
- Llenguatge algebraic. Sistemes d'equacions.
- Comptatge, tècniques de recompte. En cas que es vulgui anar més enllà i trobar el nombre de seqüències possibles amb les dades de l'enunciat, es treballarien permutacions amb repetició.

QUINES DESTRESES SOCIOEMOCIONALS ES PRACTIQUEN?

- La **persistència** per seguir cercant les solucions encara que no surtin de forma immediata.
- La gestió de la **incertesa**, amb una pregunta que d'inici pot semblar inaccessible.
- La **confiança** en les pròpies possibilitats per progressar a partir dels intents no aconseguits.
- La **creativitat** per a la cerca d'enfocaments alternatius i diferents si l'enfocament inicial no porta al resultat desitjat.

QUINS PROCESSOS MATEMÀTICS ES CONTRIBUEIX A DESENVOLUPAR?

- **Raonament i prova:** analitzar la situació plantejada i seleccionar diferents estratègies per tal d'obtenir la solució del problema.
- **Representació:** escollir una bona representació del procés que descriu el problema pot ser clau per enfocar-ne bé la resolució.
- **Resolució de problemes:** lectura comprensiva de l'enunciat i creació d'un model matemàtic de la situació descrita.
- **Comunicació:** argumentar les troballes de forma justificada, fent ús d'un vocabulari apropiat.

TASCA:
Ping-pong

ANÀLISI

QUINES HABILITATS DE PENSAMENT COMPUTACIONAL ES TREBALLEN?

- **Lògica:** la resolució del problema implica posar en joc estructures lògiques com condicionals i implicacions. Partint només del fet de saber la mecànica del joc i que s'han jugat 21 partides, el nombre mínim de partides que pot haver jugat cadascuna de les tres jugadores depèn de si s'ha començat jugant o observant, i en cada cas s'arriba a resultats diferents.
- **Patrons:** s'estableix un cert patró de repetició per determinar quin és el nombre mínim de partides que pot haver jugat cadascuna de les tres jugadores.
- **Algorismes:** si es decideix que l'alumnat expliqui la solució, cal descriure-la a través de passos clars i seqüenciats.
- **Abstracció:** amb el procés mateix de modelització i representació de la situació i, també, si es vol anar més enllà i explorar les possibles seqüències de resultats de partides jugades amb les dades de l'enunciat.

QUINES TÈCNIQUES "TANTON" DE RESOLUCIÓ DE PROBLEMES ES POSEN EN JOC?

- ✔ **SUCCESSFUL FLAILING**
- ✔ **WISHFUL THINKING**
- MAKE IT SMALL
- ✔ **PERSEVERANCE IS KEY**
- AVOID HARD WORK
- ✔ **DO SOMETHING**
- THE POWER OF DRAWING
- ✔ **ELIMINATE INCORRECT CHOICES**
- SECOND-GUESS THE AUTHOR
- GO TO THE XTREMES

***Format**: fitxa i pòster.*

Font: Blasco, Fernando (coord.) (2018). *Gardner para aficionados: juegos de matemática recreativa*. Real Sociedad Matemática Española; Ediciones SM.

Crèdits

PERSONES QUE HAN TREBALLAT EN LA SELECCIÓ I L'ANÀLISI:

Anton Aubanell
Clàudia Casero
Raül Fernández
Carles Granell
Arnau Sánchez
Núria Serra

Fundació "la Caixa"