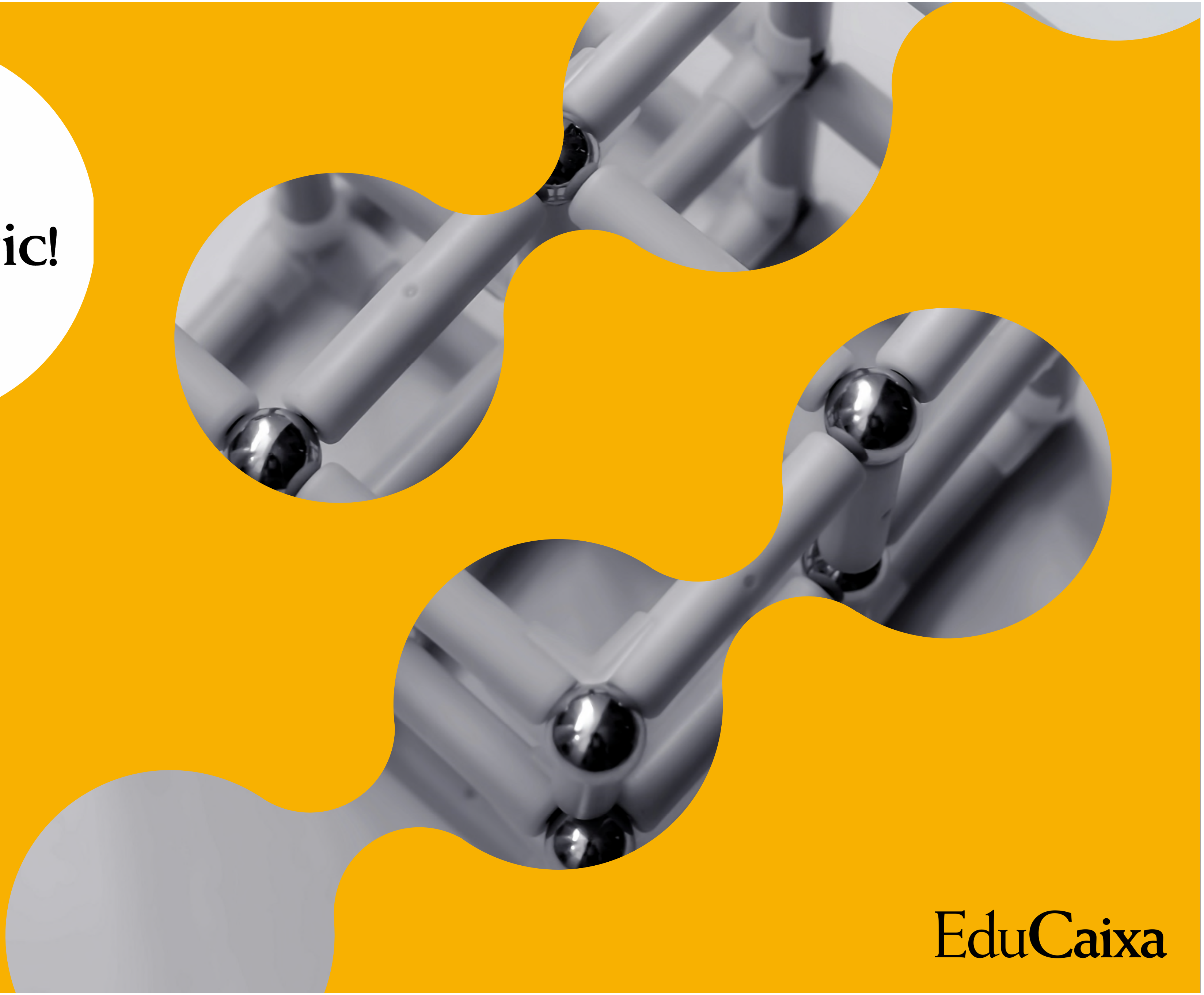
Fundación "la Caixa"

HelloLogic!



EduCaixa

Fundación "la Caixa"

HelloLogic!

FICHA 4

Ping-pong

Nivel: **Secundaria**

EduCaixa

TAREA:

Ping-pong

ENUNCIADO:

Tres amigas, Ada, Sofía y María, quedan para jugar al ping-pong un sábado por la tarde, tantas partidas como sea posible.

Juegan siguiendo estas normas: →

En la primera partida, juegan dos jugadoras elegidas al azar. La tercera observa.

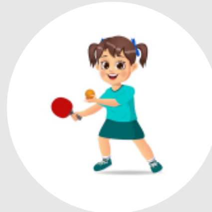
En las partidas siguientes, la que gana juega contra la persona que estaba observando, y la que pierde sale y pasa a observar.

Al final de la tarde, las jugadoras cuentan cuántas partidas ha jugado cada una. El resultado es el siguiente:

PREGUNTA:

¿Qué jugadora perdió la segunda partida?

¿ADA?



¿SOFÍA?

¿MARÍA?

EduCaixa

Fundación "la Caixa"

HelloLogic!

TAREA:
Ping-pong

SOLUCIÓN:

Sofía perdió
la segunda partida.

Veamos cómo diferentes personas han pensado este reto de distinto modo:

Nuria pensó:

1. Qué problema tan curioso.
   ¡No veo por qué tendría que saber qué jugadora perdió la segunda partida!
2. Empezaré mirando cómo es una situación concreta:
   ¿cuál podría ser el número mínimo de partidas que una jugadora podría jugar con esas reglas?
3. Se jugaron 21 partidas:
   15+10+17=42; entre 2, 21.
   En el peor de los casos, es decir, perdiendo todas las partidas jugadas, una jugadora juega 11 partidas si empieza jugando la primera, y 10 si empieza jugando la segunda.
4. No se pueden jugar menos de 10 partidas.
   Y la única manera de jugar 10 partidas es empezar en la segunda partida y perderlas todas.
5. Como Sofía ha jugado 10 partidas, es ella la que ha perdido la segunda partida.

Marta pensó:

1. Qué problema tan curioso.
   ¡No veo por qué tendría que saber qué jugadora perdió la segunda partida!
2. Sospecho que puede ser Sofía, ya que ha jugado solo 10 partidas y, por tanto, ha debido perder más partidas que sus compañeras.
3. Tengo que demostrar que no ha jugado la primera partida. Y que ha jugado y ha perdido la segunda.
4. Como han sido 21 partidas, veo que, si hubiera jugado la primera, aun perdiéndolas todas, habría jugado 11 partidas, según las reglas del juego. Entonces, no ha jugado la primera.
5. Entonces, ha jugado la segunda.
6. Para demostrar que ha perdido, veo que, si hubiera ganado, aun perdiendo el resto de las partidas, habría jugado 11 partidas.

EduCaixa

SOLUCIÓN

Veamos cómo diferentes personas han pensado este reto de distinto modo:

Antón pensó:

1. Qué problema tan curioso. ¡No veo por qué tendría que saber qué jugadora perdió la segunda partida!
2. A ver si me da una pista saber cuántas partidas ha jugado cada par de jugadoras.
3. Como A (Ada) ha jugado 15 partidas; S (Sofía), 10; y M (María), 17,
   tenemos que AM + AS = 15; SM + AS = 10; AM + SM = 17;
   y, por tanto, AM = 11, SM = 6 y AS = 4. En total, 21 partidas.
4. AM juegan 11, es decir, todas las impares, de lo que se deduce que S juega y pierde la segunda partida.

Arnau encontró la respuesta al reto de un modo similar al de Antón, pero con alguna pequeña diferencia. Además, no le bastó con eso y siguió estirando el problema:

1. Qué problema tan curioso. ¡No veo por qué tendría que saber qué jugadora perdió la segunda partida!
2. A ver si me da una pista saber cuántas partidas ha jugado cada par de jugadoras.
3. A juega 15 partidas, por tanto, está 21 – 15 = 6 partidas sin jugar. Estas 6 las juegan SM. S juega 10 partidas, por tanto, está 21 – 10 = 11 partidas sin jugar. Estas 11 partidas las juegan AM. A juega 17 partidas, por tanto, está 21 – 17 = 4 partidas sin jugar. Estas 4 partidas las juegan AS.
4. Como la misma pareja no puede jugar partidas consecutivas, Ada y María han de empezar jugando la primera partida para poder llegar a jugar las 11 partidas del total de 21.
5. Las 10 partidas de Sofía se encuentran intercaladas con las de AM y, por tanto, Sofía juega y pierde la segunda partida.
6. Ya he resuelto el problema, pero veo que, si tengo un número impar de partidas, puedo seguir dándoles vueltas.
7. La secuencia nos permite hacer otras ternas de partidas posibles con un número impar de partidas; supongamos $n + 1$ (siendo n par):
   - La mitad más uno ($n/2 + 1$) tiene que ser para AM; por tanto, A y M llevan $n/2 + 1$ partidas.
   - La otra mitad tiene que ser para la pareja S*; esto hace que S, seguro, haga $n/2$ partidas, y no más de $n/2$ partidas.
   - Repartimos como queremos a la compañera de juego de Sofía (*) entre Ada y María (a las que se tienen que sumar las $n/2 + 1$ partidas del primer punto).
8. Con un ejemplo quizá lo vemos más claro. Si hay 21 partidas:
   - 11 para AM; por tanto, Ada y María llevan 11 partidas.
   - 10 para la pareja S*; Sofía, 10 partidas.
   - Repartimos al azar las 10 a *; una opción es 3 para Ada y 7 para María.
   - Esto da 10 para Sofía, 14 (11 + 3) para Ada y 18 (11 + 7) para María.

TAREA:
Ping-pong

PISTAS Y ESTÍMULOS

PARA INICIAR EL PROBLEMA

- ¿Puedes contar la historia que describe el problema a otra persona?
- ¿Cuántas partidas se han jugado a lo largo de la tarde?
- Coge papel y lápiz, y haz un esquema de la situación.
- Haced una pequeña representación de la situación con tres alumnos.

PARA DESBLOQUEAR

- Revisa de nuevo el enunciado. ¿Qué información puede serte útil?
- ¿Cuántas partidas puede estar una jugadora sin jugar?
- ¿Puede haber alguna jugadora que haya ganado todas las partidas jugadas?
- Sabiendo solo la mecánica del juego y el hecho de que han jugado 21 partidas, ¿cuál es el número mínimo de partidas que puede haber jugado cada una de las tres jugadoras?
- ¿Cuántas partidas ha jugado cada pareja de jugadoras?
- Utiliza otros números de partida (4 para Ada, 2 para Sofía y 4 para María) y haz alguna combinación posible.
- Pruébalo con un sistema de ecuaciones.

PARA IR MÁS ALLÁ

- El número de partidas ¿puede ser un número par? En caso afirmativo, ¿como tienen que ser los números de partidas jugadas por las jugadoras?
- ¿Cómo cambiaría el problema si el total de partidas es un número par?
- Si las jugadoras han jugado un total de 14, 10 y 16 partidas cada una, ¿cómo cambia el problema?
- Inventa una secuencia de partidas explicando quién juega, quién pierde y quién gana cada partida, manteniendo el número de partidas jugadas que nos da el enunciado para cada una de las jugadoras. ¿Esta secuencia es única? ¿Cuántas posibilidades hay?
- Inventa una secuencia de partidas con las mismas normas y con 4 jugadoras.
- Del enunciado, ¿podemos deducir algo más?
- Con las mismas condiciones del enunciado, programa el número de partidas de 3 jugadoras si hay un número impar de partidas.

GESTIÓN DE AULA

En el trabajo en clase en torno al problema, se recomienda:

- Una primera aproximación personal, a fin de que el alumno entre en el problema, se lo haga suyo y empiece a explorarlo.
- Una fase de trabajo en grupo para definir estrategias, modificarlas o cambiarlas por completo; proponer y discutir posibles soluciones; argumentar...
- Una puesta en común con toda la clase.

El problema puede parecer inaccesible en un primer momento, porque se puede considerar que no se puede responder la pregunta que se hace con los datos proporcionados inicialmente. Hay que dejar tiempo para que el alumnado experimente, e invitarlo a hacer esquemas con diferentes secuencias de resultados de las partidas. Explorando diferentes opciones, pueden encontrar estrategias de resolución para ir aproximándose a la solución. El trabajo en grupo puede fomentar el análisis de estas estrategias y generar conversaciones interesantes que conduzcan a la solución.

Este puede ser un problema útil para trabajar con la metodología *Thinking Classrooms*.

ANÁLISIS

¿QUÉ IDEAS MATEMÁTICAS SE UTILIZAN?

- Paridad, divisibilidad.
- Modelización y resolución de problemas contextualizados.
- Lenguaje algebraico. Sistemas de ecuaciones.
- Conteo, técnicas de recuento. En caso de que se quiera ir más allá y encontrar el número de secuencias posibles con los datos del enunciado, se trabajarían permutaciones con repetición.

¿QUÉ DESTREZAS SOCIOEMOCIONALES SE PRACTICAN?

- La **persistencia** para seguir buscando las soluciones aunque no salgan de manera inmediata.
- La gestión de la **incertidumbre**, con una pregunta que inicialmente puede parecer inaccesible.
- La **confianza** en las propias posibilidades para progresar a partir de los intentos no conseguidos.
- La **creatividad** para la búsqueda de enfoques alternativos y diferentes si el enfoque inicial no conduce al resultado deseado.

¿QUÉ PROCESOS MATEMÁTICOS SE CONTRIBUYE A DESARROLLAR?

- **Razonamiento y prueba:** analizar la situación planteada y seleccionar diferentes estrategias a fin de obtener la solución del problema.
- **Representación:** elegir una buena representación del proceso que describe el problema puede ser clave para enfocar bien su resolución.
- **Resolución de problemas:** lectura comprensiva del enunciado y creación de un modelo matemático de la situación descrita.
- **Comunicación:** argumentar los hallazgos de manera justificada, haciendo uso de un vocabulario adecuado.

TAREA:
Ping-pong

ANÁLISIS

¿QUÉ HABILIDADES DE PENSAMIENTO COMPUTACIONAL SE TRABAJAN?

- Lógica: la resolución del problema implica poner en juego estructuras lógicas como condicionales e implicaciones. Partiendo solo del hecho de saber la mecánica del juego y que se han jugado 21 partidas, el número mínimo de partidas que puede haber jugado cada una de las tres jugadoras depende de si se ha empezado jugando u observando, y en cada caso se llega a resultados distintos.
- Patrones: se establece un cierto patrón de repetición para determinar cuál es el número mínimo de partidas que puede haber jugado cada una de las tres jugadoras.
- Algoritmos: si se decide que el alumnado explique la solución, hay que describirla a través de pasos claros y secuenciados.
- Abstracción: con el propio proceso de modelización y representación de la situación y, también, si se quiere ir más allá y explorar las posibles secuencias de resultados de partidas jugadas con los datos del enunciado.

¿QUÉ TÉCNICAS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS (TANTON) SE PONEN EN JUEGO?

- ✔ **SUCCESSFUL FLAILING**
- ✔ **WISHFUL THINKING**
- MAKE IT SMALL
- ✔ **PERSEVERANCE IS KEY**
- AVOID HARD WORK
- ✔ **DO SOMETHING**
- THE POWER OF DRAWING
- ✔ **ELIMINATE INCORRECT CHOICES**
- SECOND-GUESS THE AUTHOR
- GO TO THE XTREMES

***Formato**: ficha, y póster.*

***Fuente**:* Blasco, Fernando (coord.) (2018). *Gardner para aficionados: juegos de matemática recreativa.* Real Sociedad Matemática Española; Ediciones SM.

Créditos

PERSONAS QUE HAN TRABAJADO EN LA SELECCIÓN Y ANÁLISIS:

Anton Aubanell
Clàudia Casero
Raül Fernández
Carles Granell
Arnau Sánchez
Núria Serra

EduCaixa

Fundación "la Caixa"