



*Uplifting Mathematics for All*

# *Punts que exploten* (Exploding Dots™)

## MATERIALS

### Experiència 2: Eureka!

Material A: <i>Expliquem les màquines</i>	2
Solucions a les preguntes de «Material A»	4
Material B: <i>Exploracions brutals</i>	5

## Punts que exploten

### Experiència 2: Eureka!

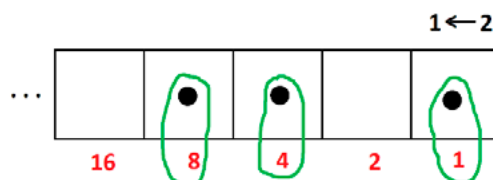
Podeu accedir als vídeos de totes les lliçons de *Punts que exploten* aquí:

<https://globalmathproject.org/exploding-dots/>

#### Material A: Expliquem les màquines

En una màquina  $1 \leftarrow 2$ , un parell de punts en qualsevol casella equivalen a un únic punt a la casella de l'esquerra. Com que els punts de la casella de més a la dreta valen 1, els de les caselles següents valen 2, 4, 8, 16, i així successivament.

Podem veure que el codi 1101 de la màquina  $1 \leftarrow 2$  per al nombre 13, per exemple, és correcte: el 13 és un 8, un 4 i un 1.



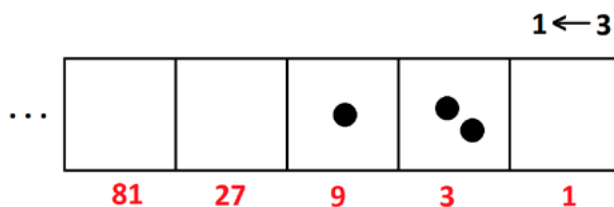
Aquí teniu algunes preguntes que podeu intentar respondre, si voleu.

1. Quin nombre té el codi 100101 en la màquina  $1 \leftarrow 2$ ?
2. Quin és el codi de la màquina  $1 \leftarrow 2$  per al nombre 200?

En una màquina  $1 \leftarrow 3$ , tres punts en qualsevol casella equivalen a un únic punt a la casella de l'esquerra. (I, de nou, cada punt situat a la casella de més a la dreta val 1.) En aquesta màquina obtenim els valors dels punts quan observem que tres 1 fan 3, tres 3 fan 9, tres 9 fan 27, i així successivament.



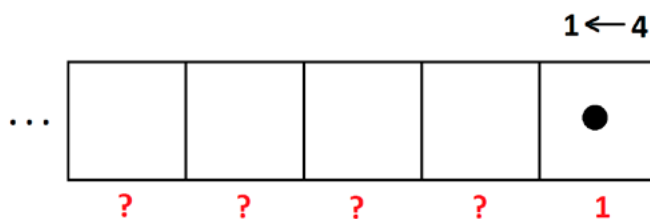
3. a) Quin és el valor d'un punt situat a la casella de l'esquerra després dels que veiem a la màquina?
- b) El codi  $1 \leftarrow 3$  per al 15 és 120. Veiem que això és correcte, ja que un 9 i dos 3 fan 15, efectivament.



Podem dir també que el codi  $1 \leftarrow 3$  per a 15 és 0120? És a dir, es poden posar zeros al començament d'aquests codis? I al final dels codis? Són optatius?

Podem eliminar l'últim zero del codi 120 de 15 i escriure simplement 12?

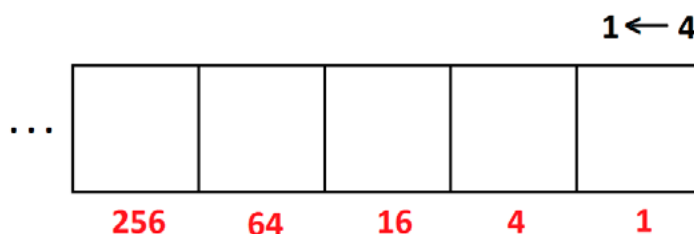
- c) Quin nombre té el codi 21002 en la màquina  $1 \leftarrow 3$ ?
- d) Quin és el codi de la màquina  $1 \leftarrow 3$  per a 200?
4. a) En el sistema  $1 \leftarrow 4$ , quatre punts en qualsevol casella equivalen a un únic punt a la casella de l'esquerra. Quin valor té un punt en cada casella?



- b) Quin és el codi de la màquina  $1 \leftarrow 4$  per a 29?
- c) Quin nombre té el codi 132 en una màquina  $1 \leftarrow 4$ ?
5. Resulta que els venusians tenen sis dits en cada una de les dues mans. Quina base us sembla que fan servir en la seva societat?

## Solucions a les preguntes de «Material A»

1. El 37. És un 32, un 4 i un 1.
2. És 11001000.
3. a) Cada punt a la casella de l'esquerra val tres 81, és a dir, 243.  
 b) Sí, podem afegir un zero al començament del codi. Això indicaria que no hi ha cap 27, la qual cosa és del tot correcta. Ara bé, esborrar el zero a la dreta ja no és tan senzill. 120 és el codi de 15 (un 9 i dos 3), però 12 és el codi de 5 (un 3 i dos 1).  
 c) El 199. (Dos 81, un 27 i dos 1.)  
 És 21102.
4. a) Per a una màquina  $1 \leftarrow 4$ , les caselles tenen els valors següents:



- b) El nombre 29 té el codi 131 en una màquina  $1 \leftarrow 4$ .
- c) El 30. (És un més que el codi per al 29!)
5. Pot ser que els venusians utilitzin la base dotze? Això vol dir que necessitaran dotze símbols diferents per escriure nombres.  
 Per cert, us heu adonat que nosaltres utilitzem deu símbols —1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 i 0— i que els anomenem *dígits*? Aquest terme procedeix de la mateixa arrel llatina *digitus* que la nostra paraula *dit*.



## Punts que exploten

### Expèriencia 2: Eureka!

Podeu accedir als vídeos de totes les lliçons de *Punts que exploten* aquí:

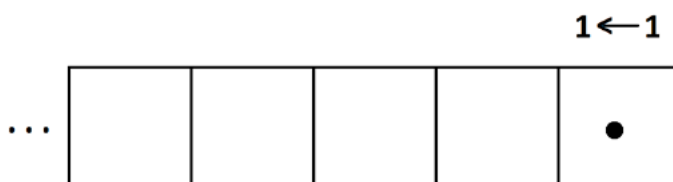
<https://globalmathproject.org/exploding-dots/>

#### Material B: Exploracions brutals

A sota teniu algunes investigacions sobre «grans preguntes»: podeu explorar-les o bé simplement reflexionar-hi. Divertiu-vos!

#### EXPLORACIÓ 1: PODEN LES MÀQUINES «ANAR A L'INREVÉS»?

En Jan decideix jugar amb una màquina que segueix la regla  $1 \leftarrow 1$ . Posa un punt en la casella de més a la dreta. Què passa, aleshores? Assumim que hi ha infinites caselles cap a l'esquerra.



La Susanna juga amb una màquina que segueix la regla  $2 \leftarrow 1$ . Posa un punt en la casella de més a la dreta. Què li passa?

Trobeu que aquestes màquines són interessants? Penseu que val la pena estudiar-les?

#### EXPLORACIÓ 2: PODEM JUGAR AMB MÀQUINES ESTRANYES?

En Marc decideix jugar amb una màquina que segueix la regla  $2 \leftarrow 3$ .

- Descriu què passa quan hi ha tres punts en una casella.
- Esbrineu els codis de la màquina  $2 \leftarrow 3$  per als nombres que van de l'1 al 30. Hi ha cap patró?
- El codi que dona aquesta màquina per al 10 és *2101*. Busqueu el vostre codi per al 20. Considereu que pot ser la resposta al «deu més deu»? El vostre codi per al 30 s'assembla a la resposta al «deu més deu més deu»?

**Observació:** Explorarem aquest estranya màquina  $2 \leftarrow 3$  a l'experiència 9. És molt i molt estranya!

