



Uplifting Mathematics for All

Punts que explotan **(Exploding Dots™)**

MATERIALS

Experiència 1: **Les màquines**

Material A: <i>La màquina 1 \leftarrow 2</i>	2
Solucions a les preguntes de «Material A»	3
Material B: <i>Altres màquines</i>	4
Solucions a les preguntes de «Material B»	6
Material C: <i>Exploracions brutals</i>	7

Punts que exploten

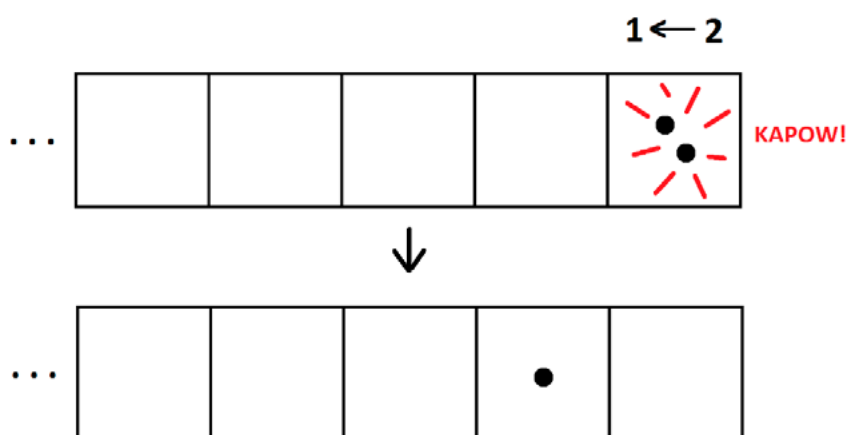
Experiència 1: Les màquines

Podeu accedir als vídeos de totes les lliçons de *Punts que exploten* aquí:
<https://globalmathproject.org/exploding-dots/>

Material A: La màquina $1 \leftarrow 2$

Aquesta és la regla per a una màquina $1 \leftarrow 2$:

*Quan hi ha dos punts en una casella, exploten i desapareixen —FORA!—
i són substituïts per un punt a la casella de l'esquerra.*



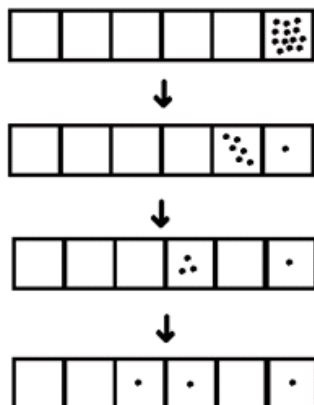
I aquí teniu algunes preguntes que, si voleu, podeu intentar fer:

- Quin és el codi de la màquina $1 \leftarrow 2$ per al nombre 13?
(És 1101. Podeu obtenir aquesta resposta?)
 - Quin és el codi per al 50 en aquesta màquina? (Vinga!)
- Podria un nombre tenir el codi 100211 en una màquina $1 \leftarrow 2$ si, sempre que podem, optem per fer explotar els punts?
- REPTE:** A quin nombre correspon el codi 10011 en una màquina $1 \leftarrow 2$?



Solucions a les preguntes de «Material A»

1. a) Aquí veiem com es genera el codi *1101* a partir de tretze punts.



- b) El nombre 50 té el codi *110010*.
2. Si decidim optar per fer explotar els punts sempre que puguem, aleshores el codi *100211* no està complet: els dos punts de la tercera casella abans de l'últim poden explotar i, aleshores, donar *101011* com a codi final.
3. Aquest és el codi per al nombre 19. (En la propera experiència descobrirem un mètode àgil per poder-ho veure.)

Punts que exploten

Experiència 1: Les màquines

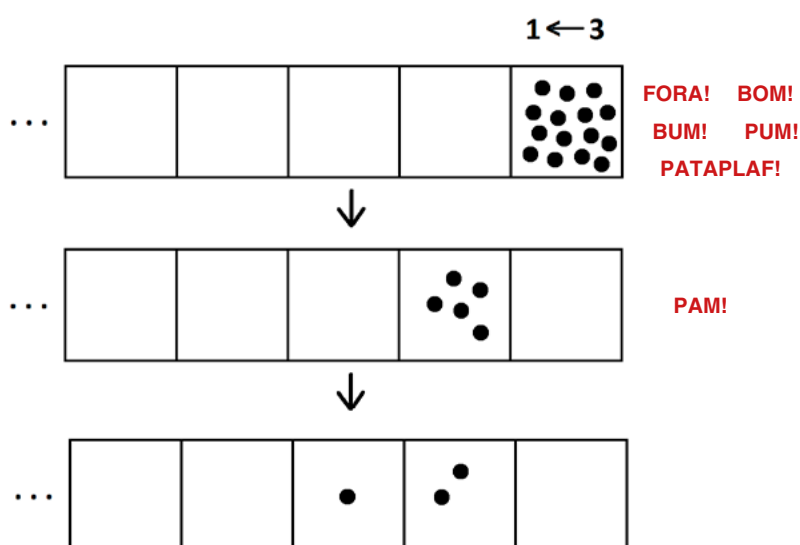
Podeu accedir als vídeos de totes les lliçons de *Punts que exploten* aquí:

<https://globalmathproject.org/exploding-dots/>

Material B: Altres màquines

Vaig veure que, a més de jugar amb la màquina $1 \leftarrow 2$, podia jugar amb una màquina $1 \leftarrow 3$ (també escrit i llegit cap enrere: «[màquina] tres-u»). Llavors, quan tenim tres punts en una casella, exploten i desapareixen, i són substituïts per un punt que va a la casella de l'esquerra.

Això és el que passa amb quinze punts en una màquina $1 \leftarrow 3$:



Primer hi ha cinc explosions a la primera casella, i cada explosió genera un punt a la segona casella cap a l'esquerra. A continuació, tres d'aquests punts exploten i desapareixen. Això fa que en quedin dos punts i que n'aparegui un de nou, un lloc cap a l'esquerra. Així obtenim el codi 120 per al nombre 15 en una màquina $1 \leftarrow 3$.

A continuació trobareu més preguntes que, si voleu, podeu plantejar:

1. a) Mostrar que el codi per al 4 en una màquina $1 \leftarrow 3$ és 11.
 b) Mostrar que el codi per al 13 en una màquina $1 \leftarrow 3$ és 111.
 c) Mostrar que el codi per al 20 en una màquina $1 \leftarrow 3$ és 202.
2. Pot un nombre tenir el codi 2041 en una màquina $1 \leftarrow 3$? En cas afirmatiu, aquest codi seria «estable»?
3. Quin nombre té el codi 1022 en una màquina $1 \leftarrow 3$?



I podem seguir així!

4. Quina penseu que és la regla per a una màquina $1 \leftarrow 4$?
Quin és el codi $1 \leftarrow 4$ per al nombre 13?
5. Quin és el codi $1 \leftarrow 5$ per al nombre 13?
6. Quin és el codi $1 \leftarrow 9$ per al nombre 13?
7. Quin és el codi $1 \leftarrow 5$ per al nombre 12?
8. Quin és el codi $1 \leftarrow 9$ per al nombre 20?
9. a) Quin és el codi $1 \leftarrow 10$ per al nombre 13?
b) Quin és el codi $1 \leftarrow 10$ per al nombre 37?
c) Quin és el codi $1 \leftarrow 10$ per al nombre 5846?



Solucions a les preguntes de «Material B»

1. a) Fes-ho! b) Fes aquest també! c) Estàs imparable. Fes aquest tercer també!
2. Com abans, si acordem fer totes les explosions que puguem, aquest codi no estarà complet: tres dels punts de la segona casella abans de l'última poden explotar i, aleshores, donar *2111* com a codi.
3. Aquest codi el té el nombre 35.
4. «Quatre punts situats en qualsevol casella exploten i són substituïts per un punt a la casella de l'esquerra». El nombre 13 té el codi *31* en una màquina $1 \leftarrow 4$.
5. És 23.
6. És 14.
7. És 22.
8. És 22. (El mateix codi que a la pregunta anterior, però, és clar, la seva interpretació és diferent.)
9. a) És 13. b) És 37. c) És 5846. (Aquests són els codis que utilitzem per als nombres en el nostre dia a dia!)



Punts que exploten

Experiència 1: Les màquines

Podeu accedir als vídeos de totes les lliçons de *Punts que exploten* aquí:
<https://globalmathproject.org/exploding-dots/>

Material C: Exploracions brutals

A sota teniu algunes investigacions sobre «grans preguntes»: podeu explorar-les o bé simplement reflexionar-hi. Totes s'aniran aclarint a mesura que la història avanci en propers capítols, però igualment pot ser divertit reflexionar sobre aquestes idees ara.

EXPLORACIÓ 1: QUÈ ESTAN FENT, AQUESTES MÀQUINES?

Podeu esbrinar què és el que estan fent aquestes màquines?

Per què el codi per al nombre 273 en una màquina $1 \leftarrow 10$ és 273? Tots els codis per a nombres d'una màquina $1 \leftarrow 10$ són idèntics a com escrivim normalment els nombres?

Si heu pogut respondre aquesta pregunta, podeu entendre també tots els codis d'una màquina $1 \leftarrow 2$? Què significa el codi 1101 per al nombre 13?

Observació: La resposta a aquestes preguntes es troba a l'experiència 2.

EXPLORACIÓ 2: L'ORDRE EN QUÈ FEM EXPLOTAR ELS PUNTS, ÉS RELLEVANT?

Poseu dinou punts en la casella de més a la dreta d'una màquina $1 \leftarrow 2$ i feu explotar uns quants parells de punts a l'atzar: primer, alguns parells a la casella situada més a la dreta; després, uns altres a la segona casella; a continuació, uns quants més a la casella situada més a la dreta; i, de nou, alguns parells a la segona casella; i així successivament. Torneu a fer-ho, aquest cop canviant l'ordre en què feu les explosions. I una vegada més, encara!

Apareix el mateix codi final 10011 cada vegada?

