



Uplifting Mathematics for All

Puntos que explotan (Exploding Dots™)

MATERIALES

Experiència 2: ¡Eureka!

Material A: <i>Explicamos las máquinas</i>	2
Soluciones a las preguntas de «Material A»	4
Material B: <i>Exploraciones brutales</i>	5

Puntos que explotan

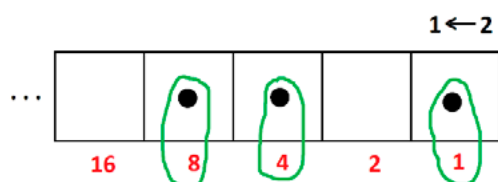
Experiencia 2: ¡Eureka!

Podéis acceder a los vídeos de todas las lecciones de *Puntos que explotan* aquí:
<https://globalmathproject.org/exploding-dots/>

Material A: Explicamos las máquinas

En una máquina $1 \leftarrow 2$, un par de puntos en cualquier casilla equivalen a un único punto en la casilla de la izquierda. Dado que los puntos de la casilla de más a la derecha valen 1, los de las casillas siguientes valen 2, 4, 8, y 16, y así sucesivamente.

Podemos ver que el código 1101 de la máquina $1 \leftarrow 2$ para el número 13, por ejemplo, es correcto: el 13 es un 8, un 4 y un 1.



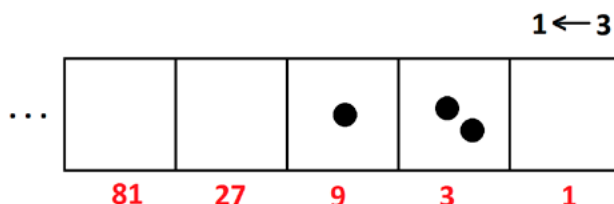
Aquí tenéis algunas preguntas que podéis intentar responder, si queréis.

1. ¿Qué número tiene el código 100101 en la máquina $1 \leftarrow 2$?
2. ¿Cuál es el código de la máquina $1 \leftarrow 2$ para el número 200?

En una máquina $1 \leftarrow 3$, tres puntos en cualquier casilla equivalen a un único punto en la casilla de la izquierda. (Y, de nuevo, cada punto situado en la casilla de más a la derecha vale 1.) En esta máquina obtenemos los valores de los puntos cuando observamos que tres 1 dan 3, tres 3 dan 9, tres 9 dan 27, y así sucesivamente.



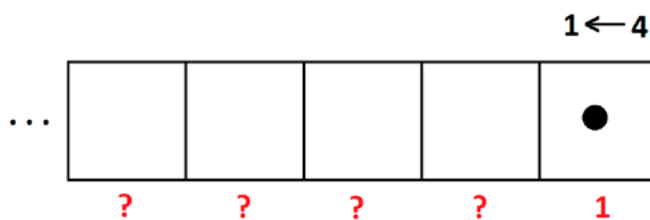
3. a) ¿Cuál es el valor de un punto situado en la casilla de la izquierda después de los que vemos en la máquina?
- b) El código $1 \leftarrow 3$ para el 15 es *120*. Vemos que es correcto, ya que un 9 y dos 3 dan 15, efectivamente.



¿Podemos decir también que el código $1 \leftarrow 3$ para 15 es *0120*? Es decir, ¿pueden ponerse ceros al principio de estos códigos? ¿Y al final de los códigos? ¿Son optativos?

¿Podemos eliminar el último cero del código *120* de 15 y escribir simplemente 12?

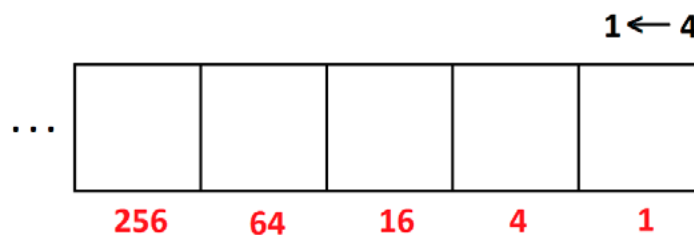
- c) ¿Qué número tiene el código *21002* en la máquina $1 \leftarrow 3$?
- d) ¿Cuál es el código de la máquina $1 \leftarrow 3$ para 200?
4. a) En una máquina $1 \leftarrow 4$, cuatro puntos en cualquier casilla equivalen a un único punto en la casilla de la izquierda. ¿Qué valor tiene un punto en cada casilla?



- b) ¿Cuál es el código de la máquina $1 \leftarrow 4$ para 29?
- c) ¿Qué número tiene el código *132* en la máquina $1 \leftarrow 4$?
5. Resulta que los venusinos tienen seis dedos en cada una de las dos manos. ¿Qué base creéis que utilizan en su sociedad?

Soluciones a las preguntas de «Material A»

1. El 37. Es un 32, un 4 y un 1.
2. Es *11001000*.
3. a) Cada punto en la casilla de la izquierda vale tres 81, es decir, 243.
 b) Sí, podemos añadir un cero al principio del código. Esto indicaría que no hay ningún 27, lo cual es absolutamente correcto. Ahora bien, borrar el cero de la derecha ya no es tan sencillo. *120* es el código de 15 (un 9 y dos 3), pero *12* es el código de 5 (un 3 y dos 1).
 c) El 199. (Dos 81, un 27 y dos 1.)
 Es *21102*.
4. a) Para una máquina $1 \leftarrow 4$, las casillas tienen los valores siguientes:



- b) El número 29 tiene el código *131* en una máquina $1 \leftarrow 4$?
- c) El 30. (¡Es uno más que el código para el 29!)
5. ¿Puede ser que los venusinos utilicen la base doce? Esto significa que necesitarán doce símbolos diferentes para escribir números.
 Por cierto, ¿os habéis dado cuenta de que usamos diez símbolos —1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y 0— y que los llamamos *dígitos*? Este término procede de la misma raíz latina *digitus* que nuestra palabra *dedo*.



Puntos que explotan

Experiencia 2: ¡Eureka!

Podéis acceder a los vídeos de todas las lecciones de *Puntos que explotan* aquí:

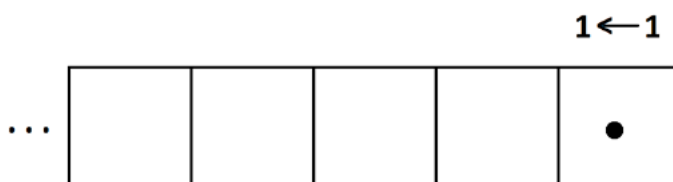
<https://globalmathproject.org/exploding-dots/>

Material B: Exploraciones brutales

Aquí tenéis algunas investigaciones sobre «grandes preguntas»: podéis explorarlas o simplemente reflexionar sobre ellas. ¡Divertíos!

EXPLORACIÓN 1: ¿PUEDEN LAS MÁQUINAS «IR AL REVÉS»?

Juan decide jugar con una máquina que sigue la regla $1 \leftarrow 1$. Pone un punto en la casilla de más a la derecha. ¿Qué pasa entonces? Asumimos que hay infinitas casillas hacia la izquierda.



Susana decide jugar con una máquina que sigue la regla $2 \leftarrow 1$. Pone un punto en la casilla de más a la derecha. ¿Qué le pasa?

¿Os parecen interesantes estas máquinas? ¿Creéis que vale la pena estudiarlas?

EXPLORACIÓN 2: ¿PODEMOS JUGAR CON MÁQUINAS EXTRAÑAS?

Marcos decide jugar con una máquina que sigue la regla $2 \leftarrow 3$.

- Describid qué pasa cuando hay tres puntos en una casilla.
- Averiguad los códigos de la máquina $2 \leftarrow 3$ para los números que van del 1 al 30. ¿Hay algún patrón?
- El código que da esta máquina para el 10 es *2101*. Buscad vuestro código para el 20. ¿Consideráis que puede ser la respuesta al «diez más diez»? ¿Vuestro código para el 30 se parece a la respuesta al «diez más diez más diez»?

Observación: Exploraremos esta extraña máquina $2 \leftarrow 3$ en la experiencia 9. ¡Es muy, muy extraña!

