



Uplifting Mathematics for All

Puntos que explotan (Exploding Dots™)

MATERIALES

Experiencia 1: Las máquinas

Material A: <i>La máquina $1 \leftarrow 2$</i>	2
Soluciones a las preguntas de «Material A»	3
Material B: Otras máquinas	4
Soluciones a las preguntas de «Material B»	6
Material C: Exploraciones brutales	7

Puntos que explotan

Experiencia 1: Las máquinas

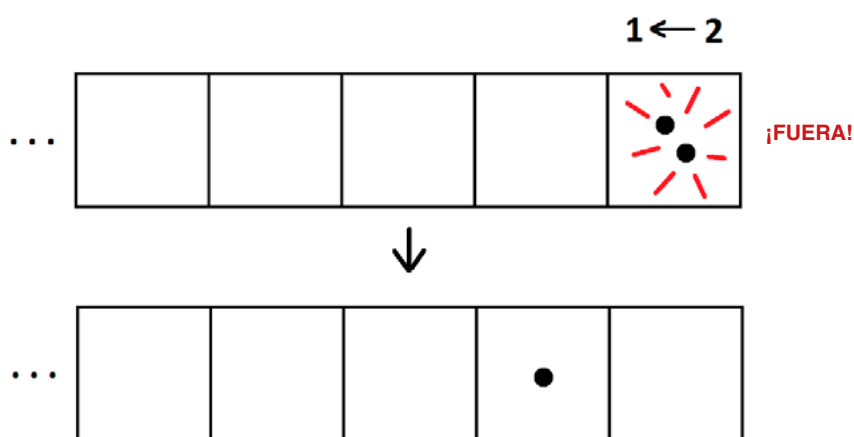
Podéis acceder a los vídeos de todas las lecciones de *Puntos que explotan* aquí:

<https://globalmathproject.org/exploding-dots/>

Material A: La máquina $1 \leftarrow 2$

Esta es la regla para una máquina $1 \leftarrow 2$:

Cuando hay dos puntos en una casilla, explotan y desaparecen —¡FUERA!— y son sustituidos por un punto en la casilla de la izquierda.



Y aquí tenéis algunas preguntas que podéis intentar hacer, si queréis:

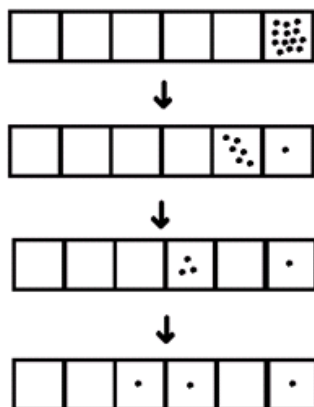
1. a) ¿Cuál es el código de la máquina $1 \leftarrow 2$ para el número 13?
(Es 1101. ¿Podéis llegar a esta respuesta?)

b) ¿Cuál es el código para el 50 en esta máquina? (¡Vamos!)
2. ¿Podría un número tener el código 100211 en una máquina $1 \leftarrow 2$ si, siempre que podemos, optamos por explotar los puntos?
3. **RETO:** ¿A qué número corresponde el código 10011 en una máquina $1 \leftarrow 2$?



Soluciones a las preguntas de «Material A»

1. a) Aquí vemos cómo se genera el código *1101* a partir de trece puntos.



- b) El número 50 tiene el código *110010*.
2. Si decidimos optar por explosionar los puntos siempre que podamos, entonces el código *100211* no estará completo: los dos puntos de la tercera casilla antes de la última pueden explotar y, entonces, dar *101011* como código final.
3. Este es el código para el número 19. (En la próxima experiencia descubriremos un método ágil para poder verlo.)

Puntos que explotan

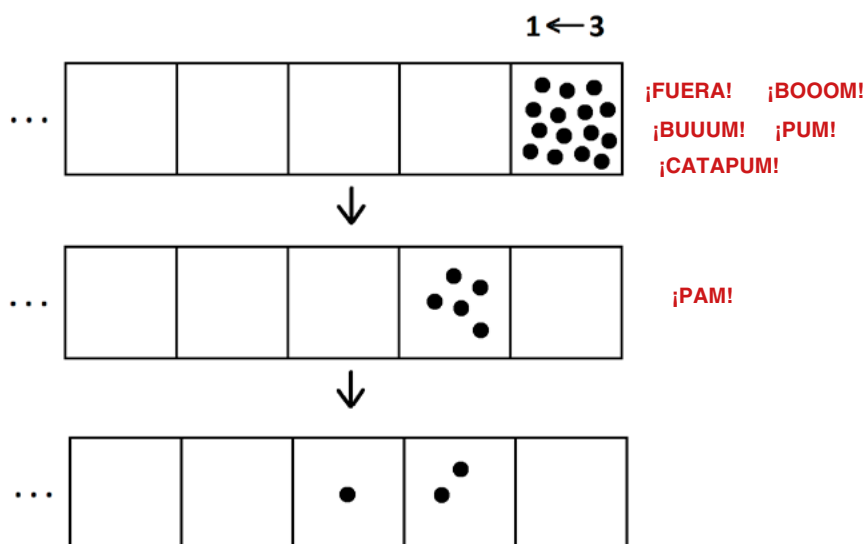
Experiencia 1: Las máquinas

Podéis acceder a los vídeos de todas las lecciones de *Puntos que explotan* aquí:
<https://globalmathproject.org/exploding-dots/>

Material B: Otras máquinas

Me di cuenta de que, aparte de jugar con la máquina $1 \leftarrow 2$, también podía jugar con una máquina $1 \leftarrow 3$ (también escrito y leído hacia atrás: «[máquina] tres-uno»). Así pues, cuando tenemos *tres* puntos en una casilla, explotan y desaparecen, y son sustituidos por un punto que va a la casilla de la izquierda.

Esto es lo que pasa con quince puntos en una máquina $1 \leftarrow 3$:



Primero hay cinco explosiones en la primera casilla, y cada explosión genera un punto en la segunda casilla hacia la izquierda. A continuación, tres de estos puntos explotan y desaparecen, lo que hace que queden dos puntos y aparezca uno nuevo, una posición hacia la izquierda. Así obtenemos el código *120* para el número 15 en una máquina $1 \leftarrow 3$.

A continuación encontraréis más preguntas que podéis plantear, si queréis:

- Mostrar que el código para el 4 en una máquina $1 \leftarrow 3$ es *11*.
 - Mostrar que el código para el 13 en una máquina $1 \leftarrow 3$ es *111*.
 - Mostrar que el código para el 20 en una máquina $1 \leftarrow 3$ es *202*.
- ¿Puede tener un número el código *2041* en una máquina $1 \leftarrow 3$? En caso afirmativo, ¿sería «estable» este código?
- ¿Qué número tiene el código *1022* en una máquina $1 \leftarrow 3$?



¡Y podemos seguir así!

4. ¿Cuál creéis que es la regla para una máquina $1 \leftarrow 4$?
¿Cuál es el código $1 \leftarrow 4$ para el número 13?
5. ¿Cuál es el código $1 \leftarrow 5$ para el número 13?
6. ¿Cuál es el código $1 \leftarrow 9$ para el número 13?
7. ¿Cuál es el código $1 \leftarrow 5$ para el número 12?
8. ¿Cuál es el código $1 \leftarrow 9$ para el número 20?
9. a) ¿Cuál es el código $1 \leftarrow 10$ para el número 13?
b) ¿Cuál es el código $1 \leftarrow 10$ para el número 37?
c) ¿Cuál es el código $1 \leftarrow 10$ para el número 5846?



Soluciones a las preguntas de «Material B»

1. a) ¡Hazlo! b) ¡Haz este también! c) Estás imparable. ¡Haz este tercero también!
2. Igual que antes, si lo que acordamos es hacer todas las explosiones que podamos, este código no estará completo: tres de los puntos de la segunda casilla antes de la última pueden explotar y, entonces, dar *2111* como código.
3. Este código es del número 35.
4. «Cuatro puntos situados en cualquier casilla explotan y son sustituidos por un punto en la casilla de la izquierda». El número 13 tiene el código *31* en una máquina $1 \leftarrow 4$.
5. Es 23.
6. Es 14.
7. Es 22.
8. Es 22. (El mismo código que en la pregunta anterior, pero, lógicamente, su interpretación es distinta.)
9. a) Es 13. b) Es 37. c) Es 5846. (¡Estos son los códigos que utilizamos para los números en nuestro día a día!)



Puntos que explotan

Experiencia 1: Las máquinas

Podéis acceder a los vídeos de todas las lecciones de *Puntos que explotan* aquí:
<https://globalmathproject.org/exploding-dots/>

Material C: Exploraciones brutales

Aquí tenéis algunas investigaciones sobre «grandes preguntas»: podéis explorarlas o simplemente reflexionar sobre ellas. Todas se irán aclarando a medida que la historia avance en próximos capítulos, pero igualmente puede ser divertido reflexionar sobre estas ideas.

EXPLORACIÓN 1: ¿QUE ESTÁN HACIENDO ESTAS MÁQUINAS?

¿Podéis averiguar qué están haciendo estas máquinas?

¿Por qué el código para el número 273 en una máquina $1 \leftarrow 10$ es 273? ¿Todos los códigos para números de una máquina $1 \leftarrow 10$ son idénticos a como escribimos normalmente los números?

Si habéis podido responder a esta pregunta, ¿podéis entender también los códigos de una máquina $1 \leftarrow 2$? ¿Qué significa el código 1101 para el número 13?

Observación: La respuesta a estas preguntas se encuentra en la experiencia 2.

EXPLORACIÓN 2: ¿ES RELEVANTE EL ORDEN EN QUE EXPLOSIONAMOS LOS PUNTOS?

Poned diecinueve puntos en la casilla de más a la derecha de una máquina $1 \leftarrow 2$ y haced explotar algunos pares de puntos al azar: primero, unos pares de la casilla situada más a la derecha; después, otros de la segunda casilla; a continuación, unos cuantos más de la casilla situada más a la derecha; y, de nuevo, algunos pares de la segunda casilla; y así sucesivamente. Hacedlo de nuevo, esta vez cambiando el orden en que realizáis las explosiones. ¡Y aún otra vez más!

¿Aparece el mismo código final 10011 cada vez?

