

Puntos que explotan

Experiencia 1

Las máquinas

¡Bienvenidos a un viaje!

Es un viaje a las matemáticas basado en una historia hecha por mí, James, que es falsa.

De pequeño inventé una máquina —mentira— que no es más que una serie de casillas ampliable hacia la izquierda tanto como queráis.

A esta máquina mía le puse un nombre, *máquina 1 ← 2*, ambos números escritos y leídos a la inversa («[máquina] dos-uno»), que es más divertido. (Al ser un niño, no era consciente.)



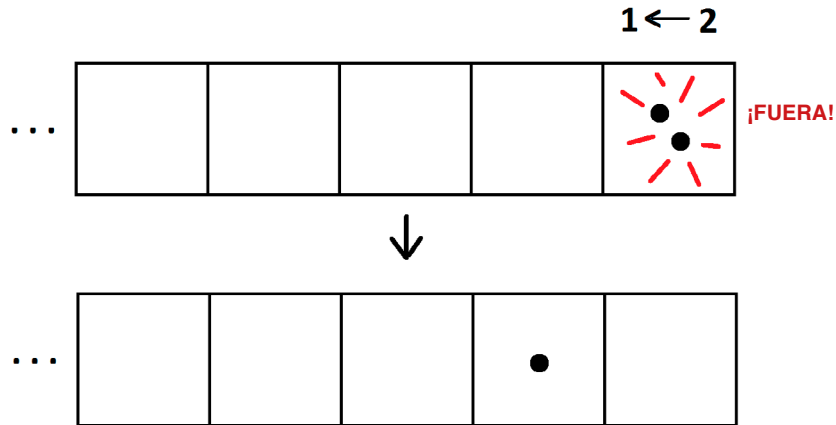
¿Y qué se puede hacer con esta máquina? Poner puntos. Los puntos siempre van en la casilla de más a la derecha.

Pongo un punto y, bueno, no pasa nada: se queda tal cual. Un poquito aburrido...



Pero si pongo un segundo punto —siempre en la casilla de más a la derecha—, la cosa se pone interesante.

Cuando tenemos dos puntos en una casilla, explotan y desaparecen —¡FUERA!— y son sustituidos por un punto en la casilla de la izquierda.



(¿Veis ahora por qué la llamé *máquina* $1 \leftarrow 2$, escrito de esta forma más divertida?)

Vemos que dos puntos en la máquina generan un punto seguido de cero puntos.

Si ponemos un tercer punto —siempre en la casilla de más a la derecha—, tenemos un punto seguido de un punto.

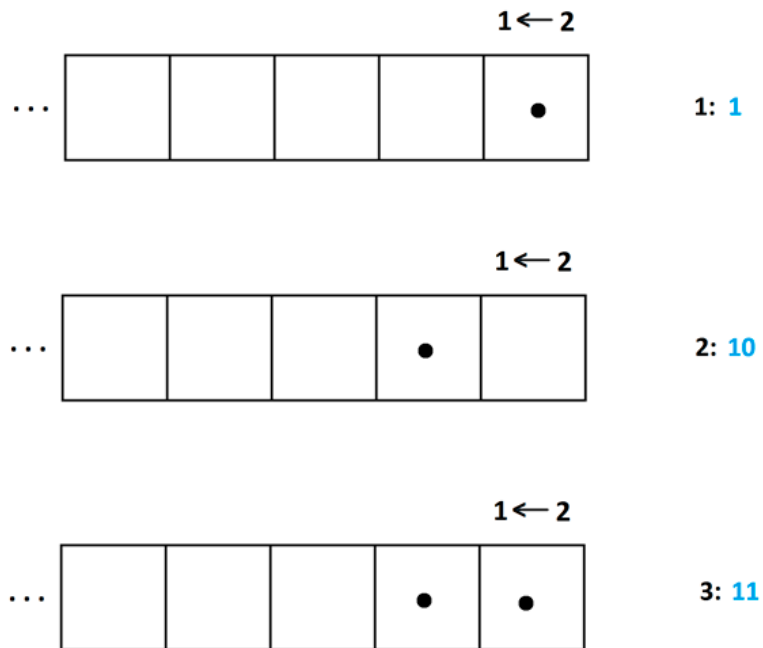


Me di cuenta, en mi historia falsa, de que esta máquina asignaba códigos a los números.

Si pongo un punto en la máquina, sigue siendo un punto. Supongamos que el código de la máquina $1 \leftarrow 2$ para el número 1 es 1 .

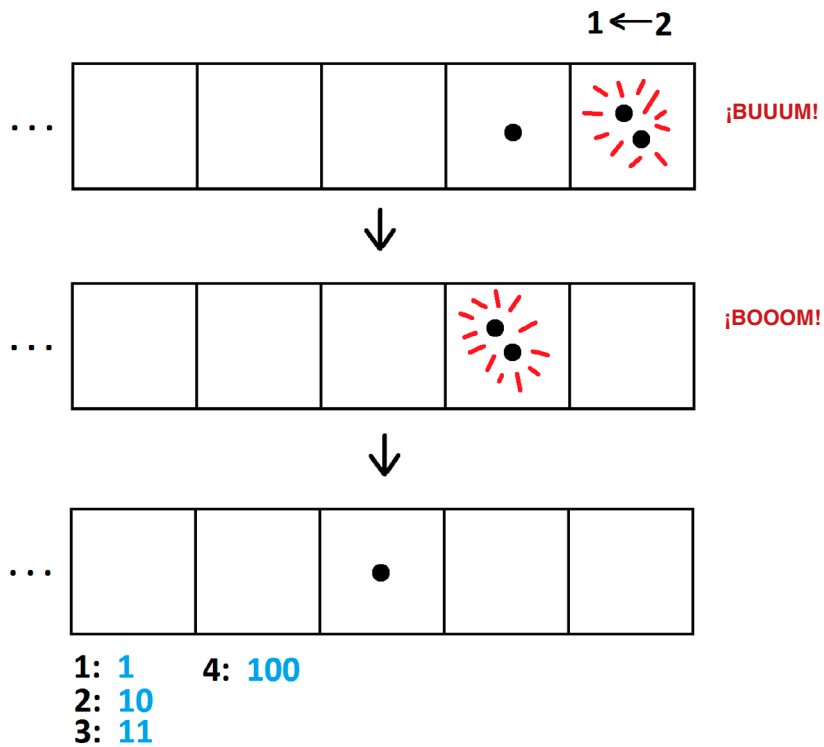
Si pongo dos puntos en la máquina, uno tras otro, estos generan un punto en una casilla seguido de cero puntos. Supongamos que el código de la máquina $1 \leftarrow 2$ para el número 2 es 10 .

Y si pongo un tercer punto en la máquina, nos da el código 11 para el 3 .



¿Cuál es el código de la máquina $1 \leftarrow 2$ para el 4 ?

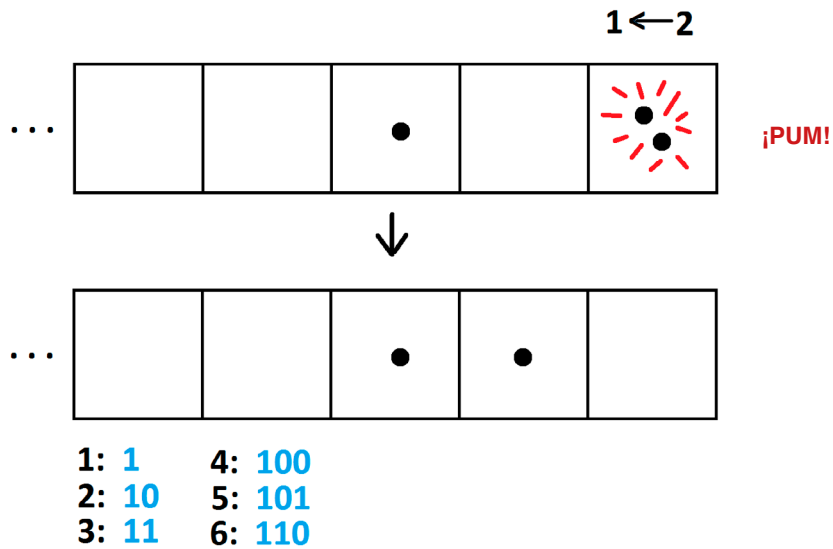
Y poner un cuarto punto en la máquina resulta especialmente interesante porque... ¡vamos a ver un montón de explosiones!



El código $1 \leftarrow 2$ para el 4 es 100 .

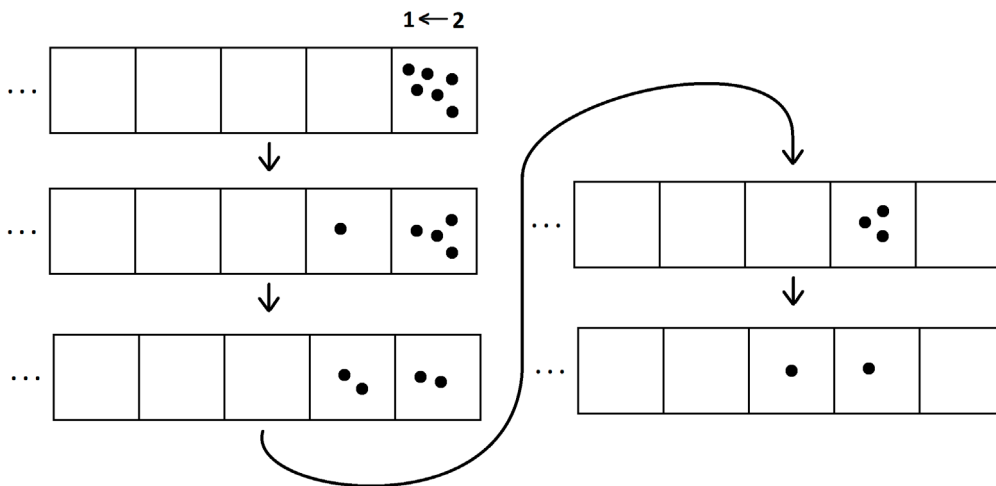
¿Cuál será el código para el 5? ¿Veis que es el 101?

¿Y el código para el 6? Si añadimos otro punto al código para el 5, nos dará 110 para el 6.



De hecho, también podemos obtener el código para el 6 vaciando la máquina y, a continuación, poniendo seis puntos a la vez. Cada par de puntos explotará, uno tras otro, y generará un punto en la casilla de la izquierda.

Aquí tenéis una posible serie de explosiones (¡sin los efectos de sonido!).



¿Os sale el mismo código final, 110, si realizáis las explosiones en un orden distinto?

Y aquí tenéis algunas preguntas que podéis intentar responder, si queréis. Mis soluciones aparecen al final de este capítulo.

1. a) ¿Cuál es el código de la máquina $1 \leftarrow 2$ para el número 13?
(Es *1101*. ¿Podéis llegar a esta respuesta?)
b) ¿Cuál es el código para el 50 en esta máquina? (¡Vamos!)
2. ¿Podría un número tener el código *100211* en una máquina $1 \leftarrow 2$ si, siempre que podemos, optamos por explotar los puntos?
3. ¿A qué número corresponde el código *10011* en una máquina $1 \leftarrow 2$?

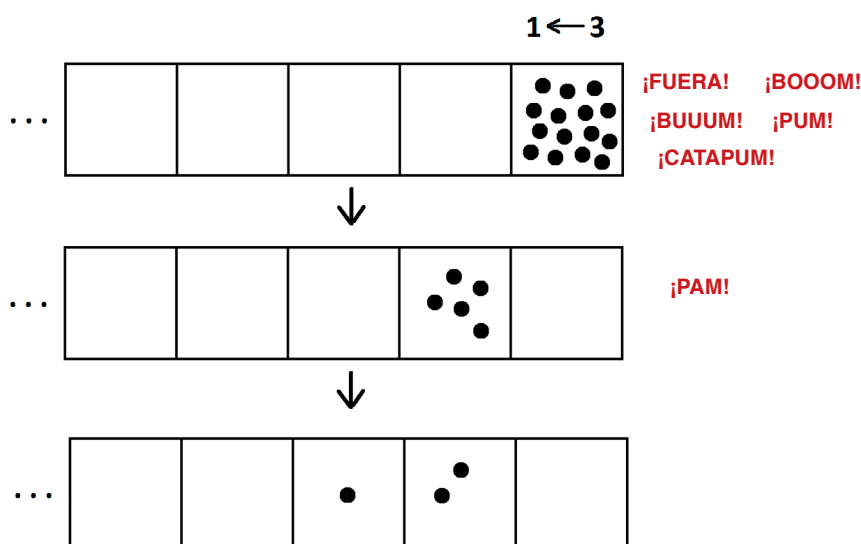
Horas y horas de diversión jugando con códigos en una máquina $1 \leftarrow 2$.

¡Y un día tuve una sorprendente revelación!

Otras máquinas

Me di cuenta de que, aparte de jugar con la máquina $1 \leftarrow 2$, también podía jugar con una máquina $1 \leftarrow 3$ (también escrito y leído hacia atrás: «[máquina] tres-uno»). Así pues, cuando tenemos tres puntos en una casilla, explotan y desaparecen, y son sustituidos por un punto que va a la casilla de la izquierda.

Esto es lo que pasa con quince puntos en una máquina $1 \leftarrow 3$:



Primero hay cinco explosiones en la primera casilla, y cada explosión genera un punto en la segunda casilla hacia la izquierda. A continuación, tres de estos puntos explotan y desaparecen, lo que hace que queden dos puntos y aparezca uno nuevo, un lugar hacia la izquierda. Así obtenemos el código *120* para el número 15 en una máquina $1 \leftarrow 3$.

A continuación encontraréis más preguntas sobre las que podéis reflexionar, si queréis:

4. a) Mostrar que el código para 4 en una máquina $1 \leftarrow 3$ es *11*.
b) Mostrar que el código para 13 en una máquina $1 \leftarrow 3$ es *111*.
c) Mostrar que el código para 20 en una máquina $1 \leftarrow 3$ es *202*.
5. ¿Puede tener un número el código *2041* en una máquina $1 \leftarrow 3$? En caso afirmativo, ¿sería «estable» este código?
6. ¿Qué número tiene el código *1022* en una máquina $1 \leftarrow 3$?

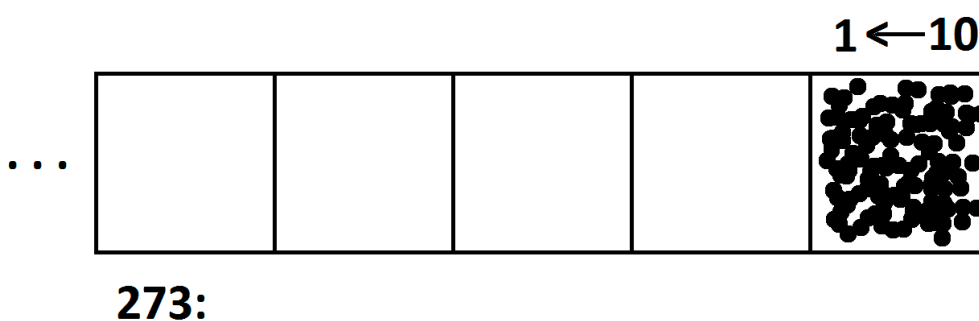
¡Y podemos seguir así!

7. ¿Cuál creéis que es la regla de una máquina $1 \leftarrow 4$?
¿Cuál es el código $1 \leftarrow 4$ para el número 13?
8. ¿Cuál es el código $1 \leftarrow 5$ para el número 13?
9. ¿Cuál es el código $1 \leftarrow 9$ para el número 13?
10. ¿Cuál es el código $1 \leftarrow 5$ para el número 12?
11. ¿Cuál es el código $1 \leftarrow 9$ para el número 20?

Vale. Ahora vamos a hacer algo brutal.

¡Vayamos a una máquina $1 \leftarrow 10$ y pongamos 273 puntos!

¿Cuál es el código secreto $1 \leftarrow 10$ para el número 273?



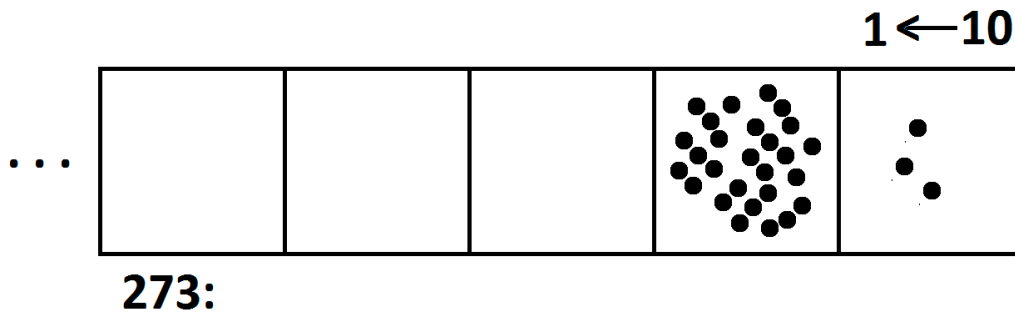
Reflexioné sobre esta cuestión a través de una serie de preguntas:

¿Habrá explosiones? ¿Hay grupos de diez que explotarán? ¡Por supuesto!

¿Cuántas explosiones habrá inicialmente? Veintisiete.

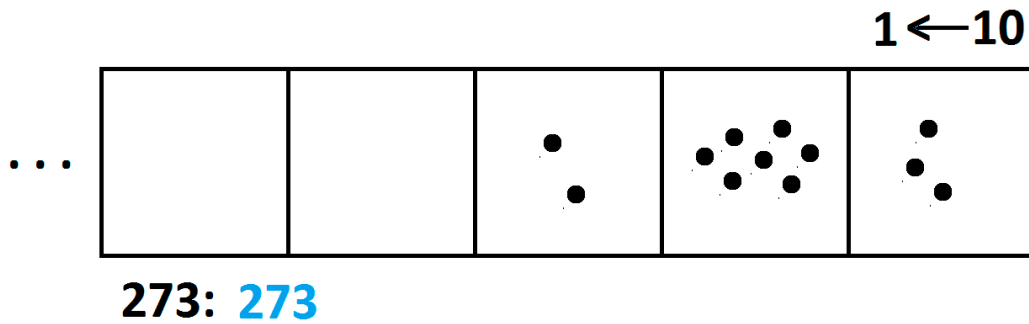
¿Quedará algún punto? Sí, tres.

Vale. Por tanto, tenemos veintisiete explosiones, cada una de las cuales genera un punto a la izquierda. Y quedarán tres puntos.



¿Habrá más explosiones? Sí, dos más.

¿Quedará algún punto? Sí, siete.



El código $1 \leftarrow 10$ para 273 es... 273. ¡Guau!

12. a) ¿Cuál es el código $1 \leftarrow 10$ para el número 13?
 b) ¿Cuál es el código $1 \leftarrow 10$ para el número 37?
 c) ¿Cuál es el código $1 \leftarrow 10$ para el número 5846?

¡Algo curioso está pasando aquí!

¿Cuál sería la gran pregunta ahora?

Exploraciones brutales

Aquí tenéis algunas investigaciones sobre «grandes preguntas»: podéis explorarlas o simplemente reflexionar sobre ellas. Todas se irán aclarando a medida que la historia avance en próximos capítulos, pero igualmente puede ser divertido reflexionar sobre estas ideas.

EXPLORACIÓN 1: ¿QUE ESTÁN HACIENDO ESTAS MÁQUINAS?

¿Podéis averiguar qué están haciendo estas máquinas?

¿Por qué el código para el número 273 en una máquina $1 \leftarrow 10$ es 273? ¿Todos los códigos para números de una máquina $1 \leftarrow 10$ son idénticos a como escribimos normalmente los números?

Si habéis podido responder a esta pregunta, ¿podéis entender también los códigos de una máquina $1 \leftarrow 2$? ¿Qué significa el código 1101 para el número 13?

Observación: La respuesta a estas preguntas se encuentra en la experiencia 2.

EXPLORACIÓN 2: ¿ES RELEVANTE EL ORDEN EN QUE EXPLOSIONAMOS LOS PUNTOS?

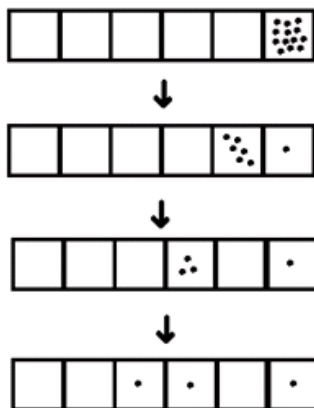
Poned diecinueve puntos en la casilla de más a la derecha de una máquina $1 \leftarrow 2$ y haced explotar algunos pares de puntos al azar: primero, unos pares de la casilla situada más a la derecha; después, otros de la segunda casilla; a continuación, unos cuantos más en la casilla situada más a la derecha; y, de nuevo, algunos pares en la segunda casilla; y así sucesivamente. Hacedlo de nuevo, esta vez cambiando el orden en que realizáis las explosiones. ¡Y aún otra vez más!

¿Aparece el mismo código final 10011 cada vez?

Soluciones

Tal como prometí, aquí están mis respuestas a las preguntas planteadas.

1. a) Aquí vemos cómo se genera el código *1101* a partir de trece puntos.



b) El número 50 tiene el código *110010*.

2. Si decidimos optar por explotar los puntos siempre que podamos, entonces el código *100211* no estará completo: los dos puntos de la tercera casilla antes de la última pueden explotar y, entonces, dará *101011* como código final.

3. Este es el código para el número 19. (En la próxima experiencia descubriremos un método ágil para poder verlo.)

4. a) ¡Hazlo! b) ¡Haz este también! c) Estás imparable. ¡Haz este tercero también!

5. Igual que antes, si lo que acordamos es hacer todas las explosiones que podamos, este código no estará completo: tres de los puntos de la segunda casilla antes de la última pueden explotar y, entonces, dará *2111* como código.

6. Este código es del número 35.

7. «Cuatro puntos situados en cualquier casilla explotan y son sustituidos por un punto en la casilla de la izquierda». El número 13 tiene el código *31* en una máquina $1 \leftarrow 10$.

8. Es 23.

9. Es 14.

10. Es 22.

11. Es 22. (El mismo código que en la pregunta anterior, pero, lógicamente, su interpretación es distinta.)

12. a) Es 13. b) Es 37. c) Es 5846. (¡Estos son los códigos que utilizamos para los números en nuestro día a día!)