

## NÚMEROS DE LA SUERTE



En el juego de los números de la suerte se numeran seis bolas del 1 al 6.

Se eligen 3 bolas al azar, una tras otra, sin ningún orden especial.

Se reparte a cada jugador un boleto con 3 dígitos.

Se gana si los 3 dígitos del boleto coinciden con los 3 números de las bolas elegidas.

¿Qué posibilidad tienes de ganar un premio?

Si te resulta difícil este problema, prueba con una opción más sencilla: con 2 bolas y 2 dígitos.

La probabilidad de ganar el juego con 2 números de la suerte es  $1/15$ .

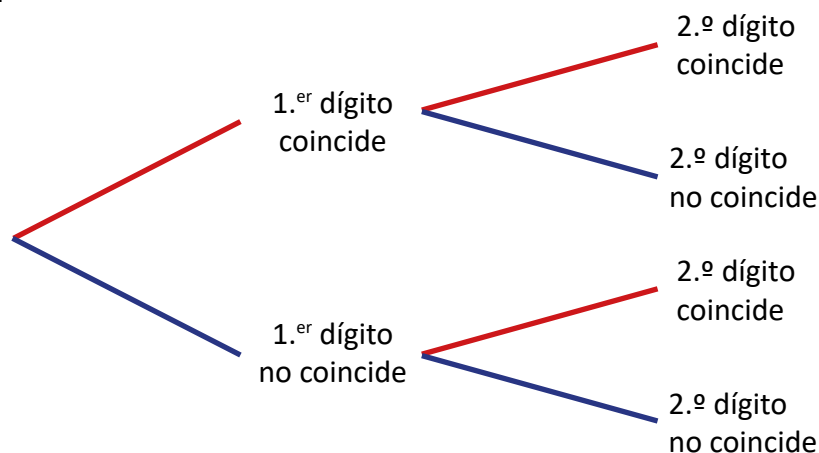
Si 100 personas pagan 10 € para jugar a este juego con la opción de 2 números, y el premio es de 150 €, ¿crees que los organizadores esperan obtener beneficios? Si es así, ¿por qué?

1

## AYUDA

Trabajad en parejas, si podéis, y usad este diagrama de árbol.

Para el juego con 2 números, tendríais que obtener como resultado que la probabilidad de ganar es  $1/15$ . Añadid más ramas para el tercer número y calculad la probabilidad de ganar ahora.



## A CONTINUACIÓN

Cuando hayas conseguido encontrar la solución del juego con 2 bolas y, también, con 3 bolas, calcula la probabilidad de ganar con 4 bolas, de un total de 6. ¿Y con 4 bolas de un total de 10?

## NOTAS PARA LOS DOCENTES

### Solución

#### MÉTODO 1

Ten en cuenta que el orden en que aparecen los números no es relevante; por tanto, (1, 2) equivale a (2, 1).

Las opciones posibles con 2 números (2 de 6) son:

(1, 2) (1, 3) (1, 4) (1, 5) (1, 6)  
(2, 3) (2, 4) (2, 5) (2, 6)  
(3, 4) (3, 5) (3, 6)  
(4, 5) (4, 6)  
(5, 6)

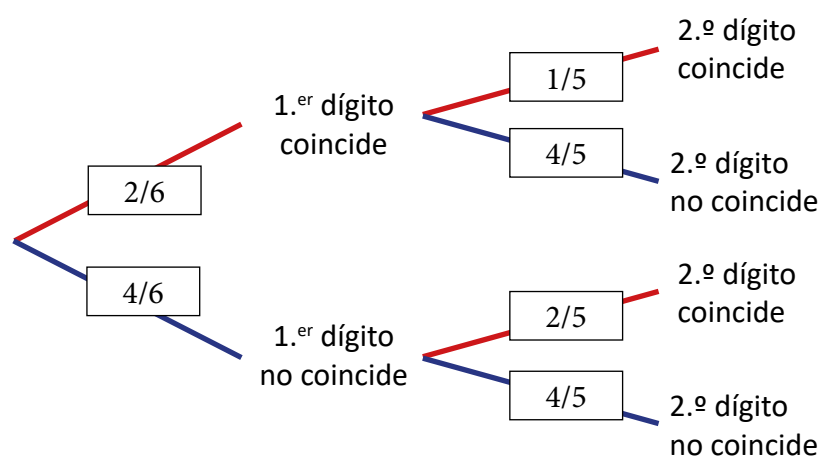
Uno de estos pares de números debe ser la combinación ganadora, por lo que hay una manera posible de entre 15 de ganar. Es decir, la probabilidad es  $1/15$ .

Y las opciones posibles con 3 números (3 de 6) son las siguientes, agrupadas según el primer dígito:

123, 124, 125, 126	234, 235, 236	345, 346	456
134, 135, 136	245, 246	356	
145, 146	256		
156			

Uno de estos pares de números debe ser la combinación ganadora, por lo que hay una manera posible de entre 20 de ganar. Es decir, la probabilidad es  $1/20$ .

#### MÉTODO 2



Para el juego con 2 números de 6, la probabilidad de conseguir dos dígitos que coincidan se calcula multiplicando la probabilidad de que coincida el primer dígito, que es  $2/6$ , con la probabilidad de que coincida el segundo, que es  $1/5$ . El resultado es  $1/15$ .

Para el **juego con 3 números de 6**, no hace falta dibujar el diagrama de árbol completo, solo hay que utilizar la rama superior (roja), añadir una más y multiplicar  $3/6$  por  $2/5$  por  $1/4$ , que da  $1/20$ .

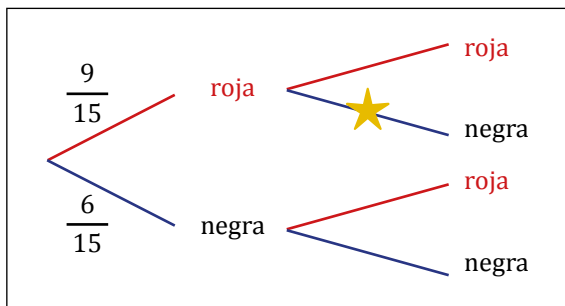
Si 100 personas pagan 10 € para jugar al juego con 3 números, con un premio de 150 €, el valor esperado del número de ganadores es  $1/20 \times 100 = 5$  ganadores, por lo que el valor esperado del gasto en premios es  $5 \times 150 \text{ €} = 750 \text{ €}$ . Por tanto, dado que los organizadores cobran un total de 1000 € y pagado 750 € en premios, obtienen un beneficio de 250 €.

## EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA

Debería durar entre 5 y 10 minutos y llevarse a cabo al final como evaluación formativa.

Escribid la pregunta en la pizarra y decid a la clase:

«Levanta un dedo si crees que la respuesta es la A; dos dedos, la B; 3 dedos, la C; y 4 dedos, la D».



Una bolsa contiene 9 fichas rojas y 6 fichas negras. Las fichas no se vuelven a meter en la bolsa una vez se han cogido.

¿Qué fracción hemos de escribir en lugar de la estrella?

A.  $6/15$     B.  $5/15$     C.  $6/14$     D.  $5/14$

1. Fijaos en la respuesta de los alumnos. Pedidle a un alumno que haya respondido A que explique el porqué de su respuesta y NO le digáis si es correcta o incorrecta, simplemente agradecedle su respuesta.
2. Es importante que los alumnos expliquen el motivo de su respuesta. De este modo, verbalizando su pensamiento, desarrollan las competencias comunicativas y entienden mejor lo que estudian.
3. A continuación, haced lo mismo con las respuestas B, C y D. Tratad de asegurarnos de que los alumnos escuchan estos motivos e intentan decidir si su respuesta es correcta o incorrecta.
4. Pedid a los alumnos que voten de nuevo la respuesta correcta levantando 1, 2, 3 o 4 dedos. Observad si ha habido cambios y quién ha dado respuestas correctas y quién incorrectas.

Dominar estos conceptos es necesario para la sesión, así que explicad la respuesta correcta o asignad una tarea de apoyo.

La respuesta correcta es **C: habrá 14 fichas en la bolsa, 5 de las cuales son negras.**

### Errores frecuentes

**A.** No ha entendido que, dado que se ha cogido una ficha, hay menos en la bolsa.

**B.** Se ha dado cuenta de que quedarán 5 fichas negras, pero no de que en total habrá 14 (no 15).

**C.** Ha disminuido el número total de fichas, pero no el número de fichas negras.

<https://diagnosticquestions.com>

## ¿Por qué hacemos esta actividad?

Esta actividad cubre dos objetivos de aprendizaje distintos y, por lo tanto, se puede usar para diferentes grupos de edad. Para los alumnos mayores, el docente puede combinar ambos objetivos de aprendizaje.

Con un grupo grande se puede jugar a este juego y recopilar datos de toda la clase para encontrar una estimación experimental de la probabilidad de ganar. A continuación, se pueden hacer los cálculos reales, bien haciendo una lista con todas las posibilidades (objetivo de aprendizaje 1), o bien utilizando del diagrama de árbol (objetivo de aprendizaje 2).

Los docentes pueden pedir que los resultados se expresen de tres formas: fracciones, decimales y porcentajes, para que los alumnos practiquen la conversión de una a otra y para hacer hincapié en que son simplemente formas distintas de escribir lo mismo.

Este problema presenta un caso sencillo de juego de la lotería para ayudar a los alumnos a adquirir unos conocimientos con los cuales podrán calcular la probabilidad de ganar en la lotería primitiva. Además, es un ejercicio útil en sí mismo para trabajar la probabilidad experimental y teórica.

El objetivo de aprendizaje 2 no se expondrá hasta que los alumnos ya tengan alguna experiencia con diagramas de árbol para sucesos compuestos en casos en los que **el segundo suceso no depende del resultado del primer suceso**. El diagrama de árbol para este problema comienza con las ramas: «mi primer número coincide» o «mi primer número no coincide»; después, pasa a la segunda bifurcación y multiplicación de fracciones basadas en probabilidades condicionales.

## Objetivos de aprendizaje

Haciendo esta actividad, los alumnos tendrán la oportunidad de:

- abordar el problema de conocer la probabilidad de ganar en un juego de azar;
- experimentar la importancia de trabajar primero en un caso más sencillo;
  - jugar con 2 números de 6 para estimar la probabilidad experimental;

- enumerar todos los resultados posibles de forma sistemática para garantizar que se han encontrado todos;
  - utilizar una lista de todos los resultados posibles para calcular la probabilidad teórica;
  - trabajar en un grupo grande para poner en común los resultados y observar que la probabilidad experimental se acerca a la probabilidad teórica conforme se juegan más partidas.
- repetir lo anterior para el juego con 3 números de 6.

## Competencias genéricas

Haciendo esta actividad, los alumnos tendrán la oportunidad de:

- desarrollar la habilidad de planificar y trabajar sistemáticamente;
- desarrollar la habilidad de trabajar con un equipo en el que todos aportan datos y comparten resultados.

5

## Sugerencias para la enseñanza

### Empezad con la prueba de diagnóstico como calentamiento.

Podéis jugar a la lotería en clase. Para ello, meted 6 bolas numeradas del 1 al 6 en una bolsa. Decidles a los alumnos que cada uno de ellos tiene que pensar en dos números y apuntarlos, para hacerse su propio boleto. Pedidles también que cada uno estime la probabilidad de ganar. Sacad 2 bolas de la bolsa. ¿Cuántos alumnos han ganado? Estimad la probabilidad experimental de ganar dividiendo el número total de ganadores por el número total de boletos. ¿Han ganado todos los que esperaban ganar? Jugad varias veces y calculad una estimación de la probabilidad a partir de todos los resultados.

También podéis calcular la probabilidad teórica de ganar, o bien dividir la clase en grupos y dar a cada grupo un sobre con 6 números. Pedidles que jueguen 15 veces y registren el número de ganadores. A continuación, recopilad todos los resultados de los grupos y comparadlos. Veréis que algunos experimentos no dan una buena estimación de la probabilidad. La clase debería tratar de calcular la probabilidad sin que el docente sugiera cómo hacerlo.

Para el objetivo de aprendizaje 1 o con alumnos más pequeños, los docentes pueden pedir a los alumnos que enumeren todas las opciones posibles de 2 dígitos. Después, en grupo se comentan los métodos usados. Felicitad a quien haya conseguido encontrar todas las opciones e insistid en la importancia de asegurarse de que se han tenido en cuenta todas las combinaciones. Se pueden utilizar varios sistemas para hacerlo. ¿Cuántos **sistemas diferentes** se han visto en la clase? Es importante ayudar a los alumnos a desarrollar la habilidad de trabajar sistemáticamente. Hablad sobre la simetría que se produce cuando se empieza desde 1 o desde 6. ¿Por qué sucede esto?

Para el objetivo de aprendizaje 2 o alumnos mayores, presentad el árbol. Unos alumnos pueden trabajar siguiendo el método del árbol; y otros, el de la lista. No obstante, es conveniente que todos utilicen ambos métodos.

## Preguntas clave

- ¿Hemos ganado con la frecuencia que esperábamos?
- ¿Cómo podríamos calcular la probabilidad de ganar?
- ¿Por qué la probabilidad de ganar en una lotería de «2 números de 6» es la misma que la probabilidad de ganar en una lotería de «4 números de 6»?
- Si este juego tuviera muchas más bolas (digamos 49 bolas como la lotería primitiva, en la que hay que acertar 6), ¿preferirías enumerar todas las posibilidades o usar un diagrama de árbol?

## Actividades complementarias

Mathsland Lottery

<https://aiminghigh.aimssec.ac.za/mathsland-lottery/>

Visita la web de **HelloMath!** para más actividades de matemáticas y computación para primaria.

6



Si aún no os habéis suscrito a MATHS TOYS, podéis hacerlo aquí: <https://www.youtube.com/mathstoys>; o buscad «Math Toys» en Youtube.

En la página web de AIMSSEC AIMING HIGH encontraréis enlaces a ideas, soluciones y contenidos para vuestras clases: <https://aiminghigh.aimssec.ac.za>

Descargaos los recursos que ofrece AIMSSEC para utilizarlos *offline* con la aplicación de AIMSSEC, <https://aimssec.app>, que podéis encontrar en Google Play.