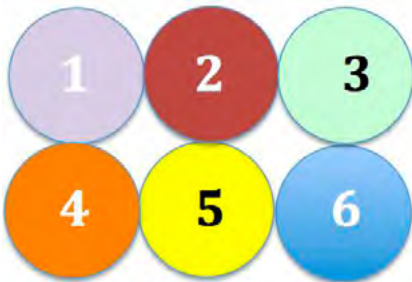


NOMBRES DE LA SORT



En el joc dels nombres de la sort es numeren sis boles de l'1 al 6.

S'escullen 3 boles a l'atzar, l'una darrere l'altra, sense cap ordre especial.

Es reparteix a cada jugador un tiquet amb 3 dígits.

Es guanya si els 3 dígits del tiquet coincideixen amb els 3 nombres de les boles escollides.

Quina possibilitat tens de guanyar un premi?

Si et sembla difícil aquest problema, prova amb una opció més senzilla: amb 2 boles i 2 dígits.

La probabilitat de guanyar el joc amb 2 nombres de la sort és $1/15$.

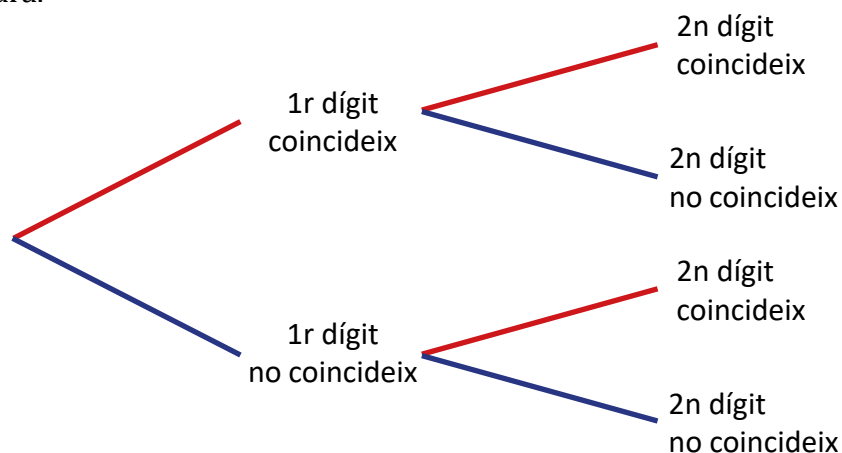
Si 100 persones paguen 10 € per jugar a aquest joc amb l'opció de 2 nombres, i el premi és de 150 €, penses que els organitzadors esperen obtenir-ne beneficis? Si és així, per què?

1

AJUDA

Treballau en parelles, si podeu, i utilitzeu aquest diagrama d'arbre.

Per al joc amb 2 nombres, hauríeu d'obtenir com a resultat que la probabilitat de guanyar és $1/15$. Afegiu més branques per al tercer nombre i calculeu la probabilitat de guanyar ara.



A CONTINUACIÓ

Quan hagi aconseguit trobar la solució al joc amb 2 boles i, també, amb 3 boles, calcula la probabilitat de guanyar amb 4 boles, d'un total de 6. I amb 4 boles d'un total de 10?

NOTES PER ALS DOCENTS

Solució

MÈTODE 1

Tingues en compte que l'ordre en què apareixen els nombres no és rellevant; per tant, (1, 2) equival a (2, 1).

Les opcions possibles amb 2 nombres (2 de 6) són:

(1, 2) (1, 3) (1, 4) (1, 5) (1, 6)
(2, 3) (2, 4) (2, 5) (2, 6)
(3, 4) (3, 5) (3, 6)
(4, 5) (4, 6)
(5, 6)

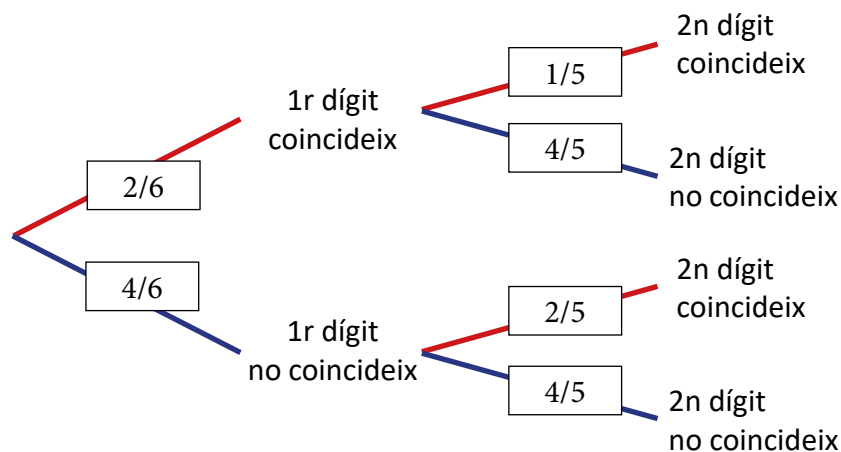
Un d'aquests parells de nombres ha de ser la combinació guanyadora; així doncs, hi ha una manera possible entre 15 de guanyar. És a dir, la probabilitat és $1/15$.

I les opcions possibles amb 3 nombres (3 de 6) són les següents, agrupades segons el primer dígit:

123, 124, 125, 126	234, 235, 236	345, 346	456
134, 135, 136	245, 246	356	
145, 146	256		
156			

Un d'aquests parells de nombres ha de ser la combinació guanyadora; així doncs, hi ha una manera possible entre 20 de guanyar. És a dir, la probabilitat és $1/20$.

MÈTODE 2



Per al joc amb 2 nombres de 6, la probabilitat d'aconseguir dos dígit que coincideixin es calcula multiplicant la probabilitat que coincideixi el primer dígit, que és $2/6$, amb la probabilitat que coincideixi el segon, que és $1/5$. El resultat és $1/15$.

Per al **joc amb 3 nombres de 6**, no cal dibuixar el diagrama d'arbre complet, només s'ha d'utilitzar la branca superior (vermella), afegir-ne una més i multiplicar $3/6$ per $2/5$ per $1/4$, que dona $1/20$.

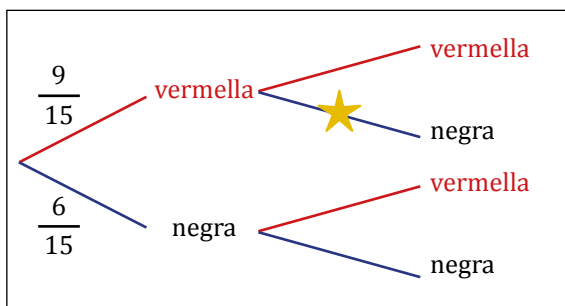
Si 100 persones paguen 10 € per jugar al joc amb 3 nombres, amb un premi de 150 €, el valor esperat del nombre de guanyadors és $1/20 \times 100 = 5$ guanyadors; així doncs, el valor esperat de despesa en premis és $5 \times 150 \text{ €} = 750 \text{ €}$. Per tant, com que els organitzadors cobren un total de 1000 € i paguen 750 € en premis, obtenen un benefici de 250 €.

AVALUACIÓ DIAGNÒSTICA

Hauria de durar entre 5 i 10 minuts i dur-se a terme al final com a avaluació formativa.

Escriviu la pregunta a la pissarra i digueu a la classe:

«Aixeca un dit si creus que la resposta és la A; dos dits, la B; 3 dits, la C; i 4 dits, la D».



Una bossa conté 9 fitxes vermelles i 6 fitxes negres. Les boles no es tornen a posar a la bossa un cop s'han agafat.

Quina fracció hem d'escriure en lloc de l'estrella?

A. $6/15$ B. $5/15$ C. $6/14$ D. $5/14$

1. Fixeu-vos en la resposta dels alumnes. Demaneu-li a un alumne que hagi respost A que expliqui el perquè de la seva resposta i NO li digueu si és correcta o incorrecta; simplement, agraiu-li la resposta.
2. És important que els alumnes expliquin el motiu de la seva resposta. D'aquesta manera, verbalitzant el seu pensament desenvolupen les competències comunicatives i entenen més bé el que estudien.
3. A continuació, feu el mateix amb les respostes B, C i D. Mireu d'assegurar-vos que els alumnes escolten aquests motius i intenten decidir si la seva resposta és correcta o incorrecta.
4. Demaneu als alumnes que tornin a votar la resposta correcta aixecant 1, 2, 3 o 4 dits. Observeu si hi ha hagut canvis i qui ha donat respostes correctes i qui incorrectes.

Dominar aquests conceptes és necessari per a la sessió, així que expliqueu la resposta correcta o assigneu una tasca de suport.

La resposta correcta és **C: hi haurà 14 fitxes a la bossa, 6 de les quals són negres.**

Errors freqüents

- A.** No ha entès que, com que s'ha agafat una fitxa, n'hi ha menys a la bossa.
- B.** S'ha adonat que quedaran 5 fitxes negres, però no que en total n'hi haurà 14 (no 15).
- C.** Ha disminuït el nombre total de fitxes, però no el nombre de fitxes negres.

<https://diagnosticquestions.com>

Per què fem aquesta activitat?

Aquesta activitat cobreix dos objectius d'aprenentatge diferents i, per tant, es pot utilitzar per a diferents grups d'edat. Per als alumnes més grans, el docent pot combinar ambdós objectius d'aprenentatge.

Amb un grup gran es pot jugar a aquest joc i recopilar dades de tota la classe per trobar una estimació experimental de la probabilitat de guanyar. A continuació, es poden fer càlculs reals, bé fent una llista amb totes les possibilitats (objectiu d'aprenentatge 1), o bé utilitzant el diagrama d'arbre (objectiu d'aprenentatge 2).

Els docents poden demanar que els resultats s'expressin de tres formes: fraccions, decimals i percentatges, perquè els alumnes practiquin la conversió de l'una a l'altra i per recalcar que són simplement formes diferents d'escriure el mateix.

Aquest problema presenta un cas senzill de joc de la loteria per ajudar els alumnes a adquirir uns coneixements amb els quals podran calcular la probabilitat de guanyar en la loteria 6/49. A més, és un exercici útil en si mateix per treballar la probabilitat experimental i teòrica.

L'objectiu d'aprenentatge 2 no s'exposarà fins que els alumnes no tinguin alguna experiència amb diagrames d'arbre per a successos compostos en casos en què **el segon succés no depèn del resultat del primer succés**. El diagrama d'arbre per a aquest problema comença amb les branques: «el meu primer nombre coincideix» o «el meu primer nombre no coincideix»; després, passa a la segona bifurcació i multiplicació de fraccions basades en probabilitats condicionals.

Objectius d'aprenentatge

Fent aquesta activitat, els alumnes tindran l'oportunitat de:

- abordar el problema de conèixer la probabilitat de guanyar en un joc d'atzar;
- experimentar la importància de treballar primer en un cas més senzill;
 - jugar amb 2 nombres de 6 per estimar la probabilitat experimental;

- enumerar tots els resultats possibles de forma sistemàtica per garantir que s'han trobat tots;
 - utilitzar una llista de tots els resultats possibles per calcular la probabilitat teòrica;
 - treballar en un grup gran per posar en comú els resultats i observar que la probabilitat experimental s'apropa a la probabilitat teòrica a mesura que es juguen més partides.
- repetir tot això per al joc amb 3 nombres de 6.

Competències genèriques

Fent aquesta activitat, els alumnes tindran l'oportunitat de:

- desenvolupar l'habilitat de planificar i treballar sistemàticament;
- desenvolupar l'habilitat de treballar amb un equip en el qual tots aporten dades i comparteixen resultats.

5

Suggeriments per a l'ensenyament

Comenceu amb la prova de diagnòstic com a escalfament.

Podeu jugar a la loteria a classe. Per fer-ho, poseu 6 boles numerades de l'1 al 6 en una bossa. Digueu als alumnes que cadascun d'ells ha de pensar en dos nombres i apuntar-los, per fer-se el seu propi tiquet. Demaneu-los també que cadascú faci una estimació de la probabilitat de guanyar. Traieu 2 boles de la bossa. Quants alumnes han guanyat? Feu una estimació de la probabilitat experimental de guanyar dividint el nombre total de guanyadors pel nombre total de tiquets. Han guanyat tots els que esperaven guanyar? Juegueu diverses vegades i calculeu una estimació de la probabilitat a partir de tots els resultats.

També podeu calcular la probabilitat teòrica de guanyar, o bé dividir la classe en grups i donar a cada grup un sobre amb 6 nombres. Demaneu-los que juguin 15 vegades i registrin el nombre de guanyadors. A continuació, recopileu tots els resultats dels grups i compareu-los. Veureu que alguns experiments no donen una bona estimació de la probabilitat. La classe hauria de mirar de calcular la probabilitat sense que el docent suggereixi com fer-ho.

Per a l'objectiu d'aprenentatge 1 o amb alumnes més petits, els docents poden demanar als alumnes que enumerin totes les opcions possibles de 2 dígit. Després, en grup es comenten els mètodes utilitzats. Feliciteu qui hagi aconseguit trobar totes les opcions i insistiu en la importància d'assegurar-se que s'han tingut en compte totes les combinacions. Es poden utilitzar diversos sistemes per fer-ho. Quants **sistemes diferents** s'han vist a la classe? És important ajudar els alumnes a desenvolupar l'habilitat de treballar sistemàticament. Parleu sobre la simetria que es dona quan es comença des d'1 o des de 6. Per què passa això?

Per a l'objectiu d'aprenentatge 2 o amb alumnes més grans, presenteu l'arbre. Es pot treballar alternant entre el mètode de l'arbre i el de la llista. Uns alumnes poden treballar seguint el mètode de l'arbre; i altres, el de la llista. És convenient, però, que tots utilitzin ambdós mètodes.

Preguntes clau

- Hem guanyat amb la freqüència que esperàvem?
- Com podríem calcular la probabilitat de guanyar?
- Per què la probabilitat de guanyar en una loteria de «2 nombres de 6» és la mateixa que la probabilitat de guanyar en una loteria de «4 nombres de 6»?
- Si aquest joc tingués moltes més boles (diguem-ne 49 boles com la loto 6/49, en què cal encertar-ne 6), preferiries enumerar totes les possibilitats o utilitzar un diagrama d'arbre?

Activitats complementàries

Mathsland Lottery

<https://aiminghigh.aimssec.ac.za/mathsland-lottery/>

Visiteu el web de [HelloMath!](#) per a més activitats de matemàtiques i computació per a primària.



Si encara no us heu subscrit a MATHS TOYS, podeu fer-ho aquí: <https://www.youtube.com/mathstoys>; o busqueu «Maths Toys» a YouTube.

A la pàgina web d'AIMSSEC AIMING HIGH trobareu enllaços a idees, solucions i continguts per a les vostres classes: <https://aiminghigh.aimssec.ac.za>

Baixeu-vos tots els recursos que ofereix AIMSSEC per utilitzar-los offline amb l'aplicació d'AIMSSEC, <https://aimssec.app>, que podeu trobar a Google Play.